J. A. Oekeris

Hydrographischer Dienst in Österreich.

Der

normal- und schiefgestellte hydrometrische Flügel.

Herausgegeben vom

k. k. hydrographischen Zentral-Bureau.

Sonderabdruck aus der „Österreichischen Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst“, Heft 38 und 39, 1903.



Wien 1903.
Im Selbstverlage des k. k. hydrographischen Zentral-Bureaus.

Druck von R. v. Waldheim.


LIBRARY OF THE
UNIVERSITY
OF ILLINOIS
COLLEGE OF
ENGINEERING
From the library of
JOHN AUGUSTUS
OCKERSON
CLASS OF 1873
Presented May 1,1924
by his Widow CLARA
SHACKELFORD OCKERSON

Hydrographischer Dienst in Österreich.

Der

normal- und schiefgestellte hydrometrische Flügel.

Herausgegeben vom

k. k. hydrographischen Zentral-Bureau.

Sonderabdruck aus der „Österreichischen Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst", Heft 38 und 39, 1903.



Wien 1903.

Im Selbstverlage des k. k. hydrographischen Zentral-Bureaus.

Druck von R. v. Waldheim.

Es ist begreiflich, daß bei dem steten Fortschreiten der allgemeinen Wasserwirtschaft auch eine ihrer hauptsächlichsten Grundlagen, die „Hydrometrie", danach strebt, den an sie gestellten Anforderungen mit immer größerer Präzision gerecht zu werden. Ist ja doch das Maß des Wasserquantums oft das entscheidende Moment bei den unterschiedlichsten Projektsverfassungen und bei der Beurteilung der Ausführungsmöglichkeit von die Öffentlichkeit im ausgedehntesten Sinne berührenden Unternehmungen. Ein erhobenes „Zuviel" oder „Zuwenig" an Wassermenge wird manchmal von einschneidender Bedeutung für die zumeist kostspieligen wasserbaulichen Anlagen, da sich deren Umfang nach den Ergebnissen der bezüglichen Erhebungen zu richten hat. Es erscheint somit nur natürlich, daß der Art der Vornahme der Wassermengenerhebungen eine immer erhöhtere Aufmerksamkeit zugewendet und das hiezu in Gebrauch genommene Instrument und seine Wirkungsweise nicht selten einer kritischen Beleuchtung gewürdigt wird. So kommt es, daß in der Literatur einschlägige Themen vielfach erörtert werden, und daß auch das k. k. hydrographische Zentral-Bureau schon durch mannigfache Gelegenheiten wie anläßlich der Errichtung einer hydrometrischen Prüfungsanstalt*), der Durchführung hydrometrischer Erhebungen an der Donau nächst Wien**) und schließlich der Vornahme von Versuchen über den Einfluß der Wandungen von Versuchskanälen auf den Gang der hydrometrischen Flügel***) in die Lage versetzt ward, diesen Gegenstand †) zu berühren.

In der vorliegenden Abhandlung soll nun auf dem in Rede stehenden Gebiete um einen Schritt weitergehend, das Verhalten der Umlaufwerte der hydrometrischen Flügel je nach der Stellung ihrer Achse gegen die Strömung des Wassers näher untersucht und aus den bezüglichen Ergebnissen eine entsprechende Schlußfolgerung gezogen werden. Doch sei schon an dieser Stelle besonders hervorgehoben, daß bei den folgenden Ausführungen in erster Linie die praktische Tendenz des behandelten Gegenstandes im Auge behalten und sonach der Umfang aller theoretischen Erwägungen auf das tunlichste eingeschränkt worden ist.

Nach den Fundamentalsätzen der Hydraulik erhält man die Wassermenge Q, welche in der Zeiteinheit nach Eintritt des Beharrungszustandes der Bewegung ein bestimmtes Querprofil durchfließt, dadurch, daß man den Querschnitt f eines jeden das Profil durchströmenden Wasserfadens mit der ihm zukommenden Geschwindigkeit v multipliziert und hierauf die Gesamtheit dieser Durchflußgrößen in das Auge faßt. Es besteht somit die Beziehung:

$$Q = \Sigma\,(f\,.\,v) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Ist nun die Strömung der Wasserfäden eine derartige, daß sie als senkrecht zum Querprofil angesehen werden kann, so unterliegt die Bildung der Ausdrücke fv, zumal die Geschwindigkeiten v direkt erhoben werden, keiner Schwierigkeit. Weicht jedoch diese Strömung von der senkrechten Richtung beispielsweise um den Winkel ω ab, so kommen, als zu den Querschnitten f zugehörig, an Stelle der in der Strömungsrichtung herrschenden Geschwindigkeiten v bloß deren in die besagte senkrechte Richtung fallende Komponenten, beziehungsweise im allgemeinen die Projektionswerte

$$v' = v\,.\cos\omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

in Betracht.

Behufs Bestimmung der Geschwindigkeiten der bezüglichen Wasserfäden steht derzeit fast ausschließlich der hydrometrische Flügel in Verwendung. Hiebei wird zur Ermittlung der vorhererwähnten und des öfteren auch benötigten Geschwindigkeitskomponenten im allgemeinen der Vorgang beobachtet, daß die Flügelachse ohne Rücksicht auf die Wasserströmung stets senkrecht zur Ebene des Meßprofiles gehalten und die pro Sekunde resultierende Zahl der Flügelumdrehungen in die zur Ausmittlung der Wassergeschwindigkeitswerte dienende sogenannte Flügelgleichung eingesetzt wird. Diese Flügelgleichung geht aber stets aus einer größeren Anzahl von Versuchen hervor, bei welchen die Flügelachse parallel zur Geschwindigkeitsrichtung gehalten wird. Die erhaltenen Werte der Flügelkonstanten gelten daher nur für diese sogenannte „Normalstellung" des Flügels. Ehe nun auf die Anwendung dieser normalen Flügelgleichung bei schräggestellten Flügeln übergegangen wird, soll zunächst kurz die theoretische Ableitung dieser „Normalgleichung" vorausgeschickt werden. Bekanntlich besteht der hydrometrische Flügel seiner Hauptsache nach aus einer Schraube, welche sich im Wasser fortbewegt, beziehungsweise von diesem bewegt wird. Würde sich nun diese Schraube, beispielweise bei der Tarierung des Flügels in einem Versuchsgerinne mit darüber laufendem Wagen statt im Wasser in einem festen Medium fortbewegen, so würde bei einer einmaligen Umdrehung der Schraube der Flügel, beziehungsweise der Wagen einen Weg zurücklegen, welcher der bezüglichen Schraubenganghöhe entspricht. Wird diese letztere Höhe mit h und die Anzahl der Umdrehungen der Schraube pro Sekunde mit n bezeichnet, so hätte man für den Weg in der Zeiteinheit, also für die betreffende Flügelgeschwindigkeit in dem festen Medium einfach:

$$v = h\,n \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3).$$

Nun bietet das Wasser für die Schraubenbewegung nicht denselben Widerstand wie eine feste Schraubenmutter; dasselbe wird vielmehr dem Drucke der Schraube ausweichen und es ist klar, daß der Flügelweg für eine Schraubenumdrehung nicht mehr der Schraubenganghöhe h, sondern einem etwas größeren Wege, etwa $h + \Delta h$ gleichkommen wird. Es ginge hienach die Gleichung 3) über in

$$v = (h + \Delta h)\,.\,n \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4).$$

worin Δh die Differenz zwischen der Flügel-, beziehungsweise Wagengeschwindigkeit und der Schraubengeschwindigkeit analog wie bei der Schiffsschraube der Slip der bezüglichen Schraube genannt werden kann; nur entspricht im Gegensatze zu der Schiffsschraube der Wert Δh hier nicht dem „Rücklaufe", sondern dem „Vorlaufe" der Schraube. Diese eben angestellte Betrachtung würde jedoch nur für ideale, das heißt reibungslose Flügel Geltung besitzen. Es kommen sonach noch Reibungserscheinungen in Berücksichtigung zu ziehen, wie denn bisher auch bei allen im k. k. hydrographischen Zentral-Bureau tarierten Flügeln wahrgenommen wurde, daß bei wachsenden Geschwindigkeiten, also bei zunehmenden Flügelumdrehungen die jeder einzelnen Umdrehung entsprechenden Wege zunehmen. Es werden daher die durch den Slip beeinflußten Sekundenwege auch noch durch die der Umdrehungszahl n propor-

*) Siehe „Österr. Monatsschrift f. d. öffentl. Baudienst" 1897, Heft II: „Der hydrographische Dienst Österreichs".

**) Siehe „Beiträge zur Hydrographie Österreichs", III. Heft: „Die hydrometrischen Erhebungen an der Donau nächst Wien im Jahre 1897".

***) Siehe „Österr. Monatsschrift für den öffentl. Baudienst" 1899, Heft V: „Einfluß der Wandungen von Versuchskanälen auf die Umlaufswerte hydrometrischer Flügel".

†) Siehe auch: F. Frese. Versuche über die Genauigkeit von Wassergeschwindigkeitsmessungen mittelst Woltmann'scher Flügel bei schräg gegen die Flügelachse gerichteter Strömung. („Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure", Band XXX, 1886, S. 911.)

tionale Reibung beeinflußt, derart, daß statt Gleichung 4) zu setzen käme:

$$v = (h + \Delta h) \, . \, [1 + fn] \, . \, n,$$

beziehungsweise wenn $h + \Delta h = B$ gesetzt wird:

$$v = B \, . \, [1 + fn] \, . \, n$$
$$= Bn + Bfn^2,$$

oder wenn weiterhin für Bf, worin f als konstanter Reibungskoeffizient gedacht ist, ein Konstantenwert C gesetzt wird:

$$v = Bn + Cn^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5).$$

Außerdem tritt bei den hydrometrischen Flügeln die Erscheinung zutage, daß bei denselben erst die ihnen innewohnende Bewegungsträgheit überwunden werden muß, ehe sie in Bewegung geraten. Es bedarf sonach einer gewissen bewegenden Kraft, beziehungsweise Geschwindigkeit des Wassers, ehe eine Bewegung wahrnehmbar wird. Es liegt auf der Hand, daß diese Trägheit des Flügels für dessen Bewegung um so weniger von Belang sein wird, je größer der auf den Flügel geübte Stoß, beziehungsweise die Wassergeschwindigkeit ist. Man kann sonach diesen Widerstand w verkehrt proportional den Umdrehungszahlen n, also etwa:

$$w = \frac{A}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

setzen, worin A einen gewissen konstanten Wert darstellt. Wird nun dieser Widerstandswert w bei der Bewegungsgleichung 5) in Berücksichtigung gezogen, so erhält man schließlich als Normalgleichung eines hydrometrischen Flügels allgemein:

$$\boldsymbol{v = \frac{A}{n} + Bn + Cn^2} \quad \ldots\ldots \quad 7).$$

Diese Gleichung stellt eine hyperbolische Kurve dar, welche sich einerseits der Geschwindigkeits- (v) Achse und anderseits einer parabolischen Kurve, deren Gleichung $Bn + Cn^2$ ist, assymptotisch nähert. Das Hauptgewicht in Gleichung 7) besitzt, wie dies schon aus der bezüglichen Entwicklung erhellt, das zweite Glied, während bei den anderen beiden Gliedern die Konstanten nur sehr kleine Werte aufweisen werden. Wird nun ein rechtwinkeliges Koordinaten-System gedacht, dessen Ordinaten die Geschwindigkeiten v und dessen Abszissen die sekundlichen Umdrehungszahlen darstellen, so wird die obige durch die Gleichung 7) bestimmte Kurve einen steiler verlaufenden absteigenden Ast und sodann nach Passierung ihres tiefstgelegenen Punktes bei einem Werte von n, welcher der Beziehung

$$2\,Cn^3 + Bn^3 - A = O \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

Genüge leistet, einen flacher verlaufenden ansteigenden Ast zeigen. Naturgemäß hat für den vorliegenden Fall nur der aufsteigende Teil der Kurve Bedeutung, nachdem der der Gleichung 8) entsprechende Wert von n den niedrigsten Grenzwert andeutet, bei welchem der Flügel in Gang gerät. Obwohl die Gleichung 7) ihrem Aufbaue nach ziemlich einfach ist, bietet die nach der Methode der kleinsten Quadrate zu erfolgende Ermittlung der drei Konstantenwerte A, B und C aus den beobachteten Werten von n und v doch mannigfache Schwierigkeiten, auch ist hiezu ein bedeutender Zeitaufwand erforderlich; es ist dieser Umstand somit ein Kriterium, daß diese Geschwindigkeitsgleichung für praktische Zwecke kaum anwendbar erscheint. Es wird daher die schon öfter erwähnte Kurve, zumal sie in Gemäßheit der geringen Konstantenwerte A und C namentlich bei etwas höheren Werten von n nur eine sehr mäßige Krümmung besitzt, durch einen gebrochenen, sich an die Kurve anlehnenden Linienzug ersetzt werden können. Man wird sodann ein System von geraden Linien erhalten, deren jeweiliges Gesetz innerhalb zweier benachbarter Bruchpunkte dieses Linienzuges Giltigkeit besitzen wird. Sei beispielsweise der eine Bruchpunkt durch seine Koordinaten v_1 und n_1 und der benachbarte Bruchpunkt durch dessen Koordinaten v_2 und n_2 bestimmt, wobei:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= An_1^{-1} + Bn_1 + Cn_1^2 \\ \text{und} \quad & \\ v_2 &= An_2^{-1} + Bn_2 + Cn_2^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

bedeutet, so ergibt sich innerhalb des Bereiches der Werte von n_1 und n_2 ein allgemeiner Wert von v, welcher sich durch die Gleichung:

$$v = \left[\frac{v_2 - v_1}{n_2 - n_1}\right] n + \left[\frac{v_1 n_2 - n_1 v_2}{n_2 - n_1}\right] \quad \ldots \quad 10)$$

festlegen läßt. Hierin sind die Ausdrücke innerhalb der Klammern konstante Werte, und wird daher weiters für

$$\left.\begin{aligned} \frac{v_2 - v_1}{n_2 - n_1} & \ldots \beta \\ \text{und für} \quad & \\ \frac{v_1 n_2 - n_1 v_2}{n_2 - n_1} & \ldots \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10\,a)$$

gesetzt, so ergibt sich schließlich für den schon erwähnten Geltungsbereich die Beziehung:

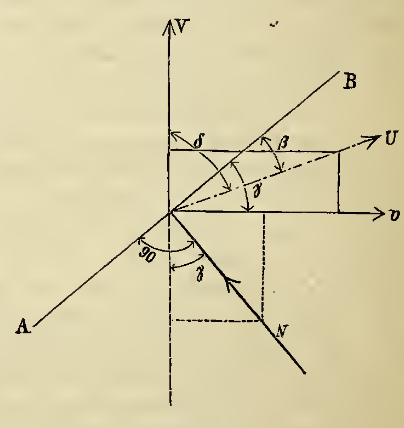
$$\boldsymbol{v = \beta n + \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11).$$

Es ist dies jene Gleichungsform einer Geraden, wie sie bei der Anwendung von Flügelmessungen bisher im hydrographischen Dienst allgemein üblich ist. Wird angenommen, daß $n_2 > n_1$ und somit auch $v_2 > v_1$ ist, dann ist der Wert von β immer positiv. Hingegen richtet sich der Wert von α nach dem Vorzeichen des Ausdruckes:

$$v_1 n_2 - n_1 v_2.$$

Es wird in Gemäßheit der durch die Gleichung 9) gegebenen Wertgrößen, bei sehr kleinen Bereichswerten von n somit α positiv sein, sodann langsam in den Wert 0 übergehen und hierauf bei höheren Maßen von n ein negatives Vorzeichen erhalten. Dementgegen wird der Wert von β mit zunehmenden Bereichswerten von n anwachsen. Diese eben berührten Erscheinungen im Verhalten der Koeffizientenwerte α und β wurden auch bei sämtlichen seitens des k. k. hydrographischen Zentral-Bureaus durchgeführten Tarierungen der hydrometrischen Flügel wahrgenommen.

Anschließend an diese Ableitung soll nun die aus dem „Wasserstoße" sich ergebende Ermittlung der Flügelnormalgleichung — zumal sie für den Übergang auf die „schiefgestellten" Flügel benötigt wird — gegeben werden.



Figur 1.

Bedeutet in der hier eingefügten Textfigur 1 der der Einfachheit wegen als gerade Linie erscheinende Schnitt $\overline{AB}$ eine schief ins Wasser gestellte Fläche und denkt man sich diese Fläche mit der absoluten Geschwindigkeit v fortbewegt, so wird hiedurch ein gewisser Druck auf das Wasser ausgeübt. Sucht nun diese Fläche dem besagten Drucke in einem der Geschwindigkeitsrichtung rechtwinkeligen Sinne mit einer Geschwindigkeit V auszuweichen, so kann man die beiden Geschwindigkeiten der fortschreitenden Bewegung v und der ausweichenden (beziehungsweise rotierenden Flügel-) Bewegung V zu einer relativen Geschwindigkeit U zusammengesetzt denken, deren Größe sich aus der Beziehung

$$U = \sqrt{v^2 + V^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

ergibt. Dies würde einem Zustande entsprechen, der auch dadurch herbeigeführt werden kann, daß die Fläche $\overline{AB}$ von der Geschwindigkeit U unter dem Winkel β getroffen, beziehungsweise sich mit dieser Geschwindigkeit in der Richtung derselben im Wasser fortbewegen würde. Bekanntermaßen kann sodann der Normalstoß oder, besser gesagt, die Normalpressung N zwischen Flüssigkeit und Fläche dem Quadrate des Sinuswertes der Winkelgröße β und endlich dem Inhalte F der betreffenden Fläche proportional gesetzt werden, derart, daß diese Pressung durch die Beziehung

$$N = C\,F\,U^2 \sin^2\beta = C\,F\,(U \sin\beta)^2 \quad \ldots \quad 13)$$

ihren rechnerischen Ausdruck findet, wobei C einen von der Beschleunigung der Schwere und dem spezifischen Gewichte der Flüssigkeit abhängigen Koeffizienten bedeutet.

Da nun weiters (siehe Fig. 1)

$$\delta + \gamma - \beta = 90^0$$

und

$$\cos (90^0 + \beta) = \cos (\gamma + \delta) = \sin \beta,$$

sodann

$$\sin \beta = \sin \gamma \sin \delta - \cos \gamma \cos \delta$$

ist, und auch

$$\sin \delta = \frac{v}{U}$$

sowie

$$\cos \delta = \frac{V}{U}$$

gesetzt werden kann, so ergibt sich

$$\sin \beta = \sin \gamma \frac{v}{U} - \cos \gamma \frac{V}{U}$$

und nach Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung 13)

$$N = C F (v \sin \gamma - V \cos \gamma)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; 14).$$

Die Normalpressung N zerlegt sich, wenn wieder auf den Flügel selbst übergegangen wird, in zwei Komponenten, von welchen die eine

$$P_1 = N \cos \gamma = C \text{F} (v \sin \gamma - V \cos \gamma)^2 \cos \gamma \quad . \; . \; 15)$$

die Flügelschaufel in der Richtung der ausweichenden Fläche zur Umdrehung veranlaßt, während die andere

$$P_2 = N \sin \gamma = C F (v \sin \gamma - V \cos \gamma)^2 \sin \gamma \, . \; . \; . 16)$$

in die Richtung der Flügelachse fallend, Reibungswiderstände am Zapfen-, beziehungsweise Kugellager des Flügels hervorruft. Diese Widerstände sind stets der durch die Kraft P_1 erzeugten Bewegung entgegengesetzt, weshalb diese letztere Kraft um eine dem Maße P_2 proportionale Kraftgröße $f_1 . P_2$ zu vermindern ist, um die tatsächliche bewegende Kraft P des Flügels zu erhalten. Außerdem kommt noch die entsprechende Reibung $f_2 . P_3$ am Halslager und im Zählwerk des Flügels zu berücksichtigen. Es ist daher:

$$\left. \begin{array}{l} P = P_1 - f_1 P_2 - f_2 P_3 = \\ = C F (v \sin \gamma - V \cos \gamma)^2 (\cos \gamma - f_1 \sin \gamma) - f_2 P_3 \end{array} \right\} \; . \; . \; . \; 17).$$

Aus der vorstehenden Gleichung ergibt sich:

$$v = V \operatorname{cotang} \gamma + \sqrt{\frac{P + f_2 P_3}{C F \sin^2 \gamma (\cos \gamma - f_1 \sin \gamma)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 18)$$

oder, wenn der Halbmesser des Stoßmittelpunktes des Flügels mit r, die Peripheriegeschwindigkeit dieses Punktes mit V, sowie endlich die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde mit n bezeichnet wird:

$$v = 2 \, r \, \pi \operatorname{cotang} \gamma . n + \sqrt{\frac{P + f_2 P_3}{C F \sin^2 \gamma (\cos \gamma - f_1 \sin \gamma)}} \quad . \; . \; . \; 19).$$

In diesem Ausdrucke kommen außer n nur bekannte Größen vor, es kann daher ohneweiters für einen gewissen Geltungsbereich des n

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{\dfrac{P + f_2 P_3}{C F \sin^2 \gamma (\cos \gamma - f_1 \sin \gamma)}} = \alpha \\ 2 \, r \, \pi \operatorname{cotang} \gamma \qquad = \beta \end{array} \right\} \quad . \; . \; . \; . \; 20)$$

gesetzt werden. Hienach folgt aus Gleichung 19) für die Geschwindigkeit wieder wie sub 11)

$$v = \beta n + \alpha . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 21).$$

Naturgemäß gilt diese Ableitung nur für ebene, beziehungsweise für solche Flügel, bei welchen die Geschwindigkeitsrichtung gegen den Flügel immer dieselbe ist. Es kann diese Ableitung jedoch in ähnlicher Weise auch für variable Werte des Winkels γ durchgeführt werden und es ist daher auch gerechtfertigt, die Gleichung 21), welche der Form nach mit jener sub 11) übereinstimmt, als die Normalgleichung des Flügels anzuerkennen und als solche auch im allgemeinen zur Anwendung zu bringen. Die Bedeutung der darin enthaltenen Koeffizienten α und β ergibt sich aus den Gleichungen 20). Hieraus ist zu ersehen, daß die Konstante β von der Größe des Neigungswinkels der Wasserfäden gegen die Flügelfläche, sowie von der Entfernung des Stoßmittelpunktes von der Flügelachse abhängig ist. Weiters kann entnommen werden, daß der Stoßmittelpunkt eine Schraubenlinie beschreibt, deren Ganghöhe $2 \, r \, \pi \operatorname{cotang} \gamma$ ist. Bezeichnet man sonach den Steigungswinkel dieser Schraubenlinie etwa mit ρ, so zeigt die Gleichung

$$\operatorname{tang} \rho = \operatorname{cotang} \gamma,$$

beziehungsweise

$$\operatorname{tang} \rho = \operatorname{tang} (90^0 - \gamma)$$

oder

$$\rho = 90^0 - \gamma$$

den Wert dieses Steigungswinkels an. Es entspricht die Ganghöhe dieser Schraubenlinie angenähert dem schon sub Gleichung 4) eingeführten Maße der vergrößerten Ganghöhe $h + \Delta h$, also

$$h + \Delta h \doteq 2 \, r \, \pi \operatorname{cotang} \gamma.$$

Das Schwergewicht der Gleichung 11), beziehungsweise 21), liegt aber selbstverständlich nicht in ihren Koeffizienten, sondern im Werte n, das ist in der Anzahl der durch die Kraft P erzeugten Umdrehungen pro Sekunde. Praktisch werden die Werte α und β bekanntermaßen derart gefunden, daß in einem entsprechend eingerichteten Kanale mit dem Flügel, welcher in das Wasser eingetaucht ist, eine Anzahl von s Fahrten mit verschiedener Geschwindigkeit (v) vorgenommen und aus diesen unter genauer Beobachtung der tatsächlich vollführten Umdrehungszahlen des Flügels in der Sekunde (n) für gewisse Geltungsbereiche des letzteren Wertes die entsprechenden Konstantenwerte nach den Gleichungen 10/a oder nach der Methode der kleinsten Quadrate mit

$$\alpha = \frac{\Sigma (n^2) \, \Sigma (v) - \Sigma (n) \, \Sigma (n \, v)}{s . \Sigma (n^2) - [\Sigma (n)]^2} \; . \; . \; . \; . \; . \; 22)$$

und

$$\beta = \frac{s \, \Sigma (n \, v) - \Sigma (n) \, \Sigma (v)}{s \, \Sigma (n^2) - [\Sigma (n)]^2} \; . \; . \; . \; . \; . \; 23)$$

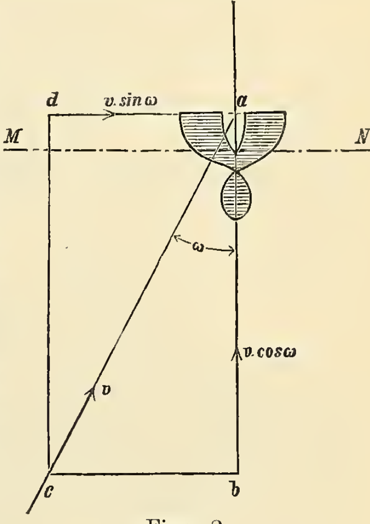
berechnet werden.

Nachdem nun im vorangehenden die „Normalstellung“ des Flügels behandelt worden ist, soll nun im folgenden die „Schiefstellung“ desselben untersucht werden.

In der nebenstehenden Textfigur 2 bezeichnet $\overline{MN}$ die Ebene des Meßprofiles, $\overline{ab}$ die zum Meßprofil senkrecht gerichtete Flügelachse und $\overline{ca}$ die gegen die letztere um den Ablenkungswinkel ω geneigte Stromgeschwindigkeit v. Es ist einleuchtend, daß die Flügelschaufel, wenn die Flügelachse nicht mit der Geschwindigkeitsrichtung zusammenfällt, auch nicht mehr durch den Geschwindigkeitswert v, sondern durch dessen in die Richtung der Flügelachse fallende Komponente

$$v \, . \, \cos \omega$$

beeinflußt wird. Anderseits drückt jedoch die zweite zur Geltung kommende, senkrecht auf die Flügelachse wirkende Komponente



Figur 2.

$$v . \sin \omega$$

auf diese Flügelachse und wirkt als Reibung der Flügelbewegung entgegen. Es ist also der tatsächliche in der Richtung der Flügelachse auftretende Geschwindigkeitswert

$$u = v . \cos \omega - \mu . v . \sin \omega$$

oder

$$u = v \, (\cos \omega - \mu \sin \omega) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 24),$$

worin μ den betreffenden durch die Flügelschiefstellung bewirkten Reibungs-, beziehungsweise Widerstandskoeffizienten des Flügels bezeichnet. Der Wert u wird somit bei zunehmendem Werte von ω eine Verringerung im doppelten Sinne erfahren; das einemal durch die Abnahme des Cosinuswertes und das anderemal durch die gleichzeitige Zunahme des Sinuswertes, beziehungsweise durch die Zunahme des von $v \cos \omega$ abzuziehenden Wertes $\mu . v . \sin \omega$. Die Geschwindigkeitkomponente wird theoretisch gleich 0 sein, wenn

$$\cos \omega - \mu \sin \omega = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 25)$$

beziehungsweise wenn

$$\mu = \operatorname{cotang} \omega \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 26)$$

wird. Das heißt, der Flügel wird, was immer für eine Geschwindigkeit in der Strömung vorherrscht, dann zum Stillstande gelangen, wenn der Cotangentenwert des Ablenkungswinkels gleich dem

Werte des Koeffizienten μ wird. Mit Rücksicht auf diese Betrachtungen ergibt sich sofort die die Drehung des Flügels bewirkende Kraft aus Gleichung 17) mit:

$$P_\omega = CF[(v \cos\omega - \mu v \sin\omega)\sin\gamma - V\cos\gamma]^2 (\cos\gamma \;\; f_1 \sin\gamma) - f_2 P_3 \quad \ldots 27),$$

und hieraus weiter

$$v = \frac{1}{\cos\omega - \mu \sin\omega}(2\, r\, \pi . \operatorname{cotang} \gamma) +$$
$$+ \frac{1}{\cos\omega - \mu \sin\omega} \sqrt{\frac{P_\omega + f_2 P_3}{CF \sin^2\gamma (\cos\gamma - f_1 \sin\gamma)}} \quad \ldots\ldots 28)$$

und wenn wieder

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{\cos\omega - \mu \sin\omega} \cdot \sqrt{\dfrac{P_\omega + f_2 P_3}{CF \sin^2\gamma (\cos\gamma - f_1 \sin\gamma)}} = a \\ \text{und} \\ \dfrac{1}{\cos\omega - \mu \sin\omega}(2\, r\, \pi \operatorname{cotang} \gamma) = b \end{array}\right\} \quad \ldots 29)$$

gesetzt wird:

$$v = a + b\, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 30).$$

Hiebei ersieht man, wenn die Gleichungen 20) und 29) für $P = P_\omega$ einander entgegengehalten werden, daß

$$\left.\begin{array}{l} b = \dfrac{\beta}{\cos\omega - \mu \sin\omega} \\ \text{oder} \\ \beta = b(\cos\omega - \mu \sin\omega) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots 31)$$

und

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{\alpha}{\cos\omega - \mu \sin\omega} \\ \text{oder} \\ \alpha = a(\cos\omega - \mu \sin\omega) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots 32)$$

ist. Es ist daher:

$$v(\cos\omega - \mu \sin\omega) = \alpha + \beta\, n \quad \ldots\ldots 33),$$

beziehungsweise

$$(a + b\, n)(\cos\omega - \mu \sin\omega) = \alpha + \beta\, n \quad \ldots 34)$$

oder auch

$$\frac{\alpha + \beta\, n}{\cos\omega - \mu \sin\omega} = a + b\, n \quad \ldots\ldots 35).$$

Diese beiden letzteren Gleichungen geben die Beziehung an, in welcher die Flügelkonstanten α und β der Normalgleichung zu den Konstanten a und b der Gleichungen für den unter einem Ablenkungswinkel ω schiefgestellten Flügel stehen. Die Beziehung wird übrigens auch durch einfache Überlegung gefunden, da ja die mit Berücksichtigung der Widerstände gebildete, in der Richtung der Flügelachse wirkende Geschwindigkeitskomponente für ein und denselben Flügel die durch die Normalgleichung ausgedrückte Wirkung haben muß.

Es werde nunmehr angenommen, daß für verschiedene Ablenkungswinkel $\omega_0, \omega_1, \omega_2 \ldots . \omega_m$ die betreffenden Gleichungen ermittelt worden sind, und zwar:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } \omega = \omega_0\,; & v = a_0 + b_0\, n \\ \;\;\text{„} \;\; \omega = \omega_1\,; & v = a_1 + b_1\, n \\ \;\;\text{„} \;\; \omega = \omega_2\,; & v = a_2 + b_2\, n \\ \ldots\ldots ; & \ldots\ldots \\ \;\;\text{„} \;\; \omega = \omega_m; & v = a_m + b_m\, n \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots 36).$$

Im Sinne der Gleichung 34) ist sodann:

$$\left.\begin{array}{l} (a_0 + b_0\, n)(\cos\omega_0 - \mu \sin\omega_0) = \alpha + \beta\, n \\ (a_1 + b_1\, n)(\cos\omega_1 - \mu \sin\omega_1) = \alpha + \beta\, n \\ (a_2 + b_2\, n)(\cos\omega_2 - \mu \sin\omega_2) = \alpha + \beta\, n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (a_m + b_m n)(\cos\omega_m - \mu \sin\omega_m) = \alpha + \beta\, n \end{array}\right\} \quad \ldots 37)$$

und hieraus, wenn die von den zu ermittelnden Koeffizienten α, β und μ abhängigen Glieder auf die eine Seite der Gleichungen gebracht werden:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha + \beta\, n + \mu \sin\omega_0 (a_0 + b_0\, n) = \cos\omega_0 (a_0 + b_0\, n) \\ \alpha + \beta\, n + \mu \sin\omega_1 (a_1 + b_1\, n) = \cos\omega_1 (a_1 + b_1\, n) \\ \alpha + \beta\, n + \mu \sin\omega_2 (a_2 + b_2\, n) = \cos\omega_2 (a_2 + b_2\, n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha + \beta\, n + \mu \sin\omega_m (a_m + b_m n) = \cos\omega_m (a_m + b_m n) \end{array}\right\} \quad \ldots 38).$$

Aus diesen $(m + 1)$ Gleichungen folgt sodann:

$$\left.\begin{array}{l} (\alpha + \beta n)(m + 1) + \mu \Sigma \sin\omega (a + b\, n) = \Sigma \cos\omega (a + b\, n) \\ (\alpha + \beta\, n) \Sigma \sin\omega (a + b\, n) + \mu \Sigma [\sin\omega (a + b\, n)]^2 = \\ \qquad = \Sigma \cos\omega \sin\omega (a + b\, n)^2 \end{array}\right\} \quad \ldots 39),$$

woraus sofort die Unbekannten $(\alpha + \beta\, n)$ und μ gefunden werden können.

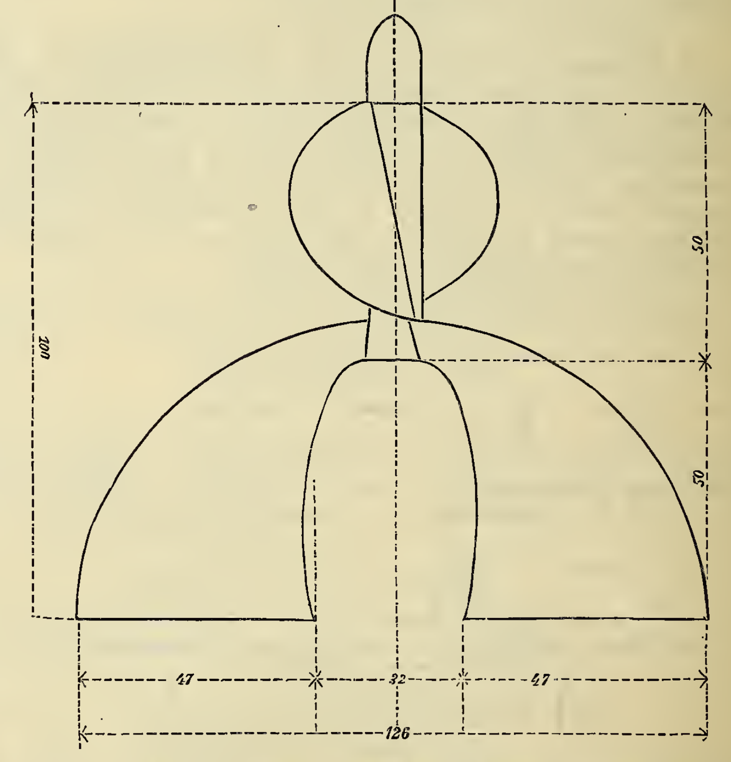
Es ist:

$$(\alpha + \beta n) = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma \cos\omega (a + b\, n) & \Sigma \sin\omega (a + b\, n) \\ \Sigma \cos\omega \sin\omega (a + b\, n)^2 & \Sigma [\sin\omega (a + b\, n)]^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (m + 1) & \Sigma \sin\omega (a + b\, n) \\ \Sigma \sin\omega (a + b\, n) & \Sigma [\sin\omega (a + b\, n)]^2 \end{vmatrix}} \quad . \; 40)$$

und

$$\mu = \frac{\begin{vmatrix} (m + 1) & \Sigma \cos\omega (a + b\, n) \\ \Sigma \sin\omega (a + b\, n) & \Sigma \cos\omega \sin\omega (a + b n)^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (m + 1) & \Sigma \sin\omega (a + b\, n) \\ \Sigma \sin\omega (a + b\, n) & \Sigma [\sin\omega (a + b\, n)]^2 \end{vmatrix}} \quad . \; 41).$$

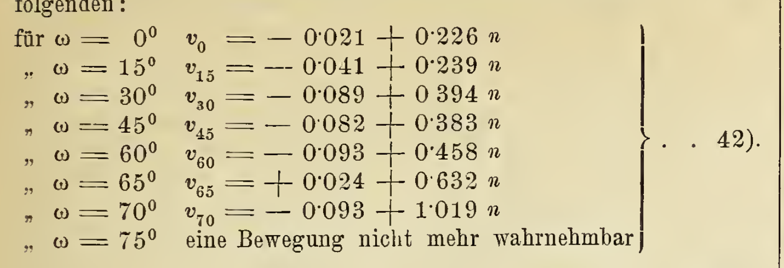
Normale Tarierung: $v = 0{\cdot}88$ bis $3{\cdot}92\, m$; $\alpha = -0{\cdot}021$; $\beta = 0{\cdot}226$.



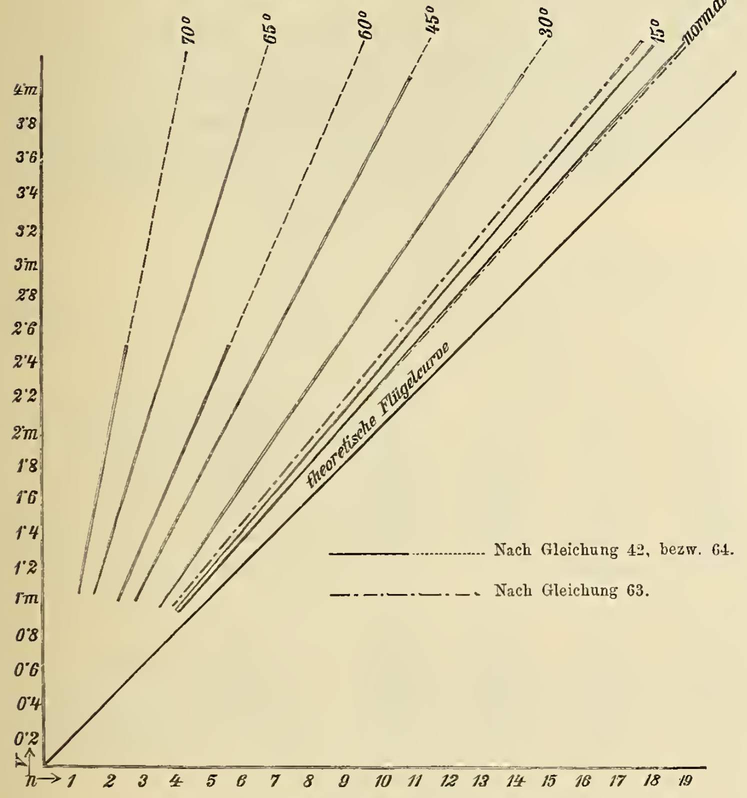
Figur 3. Flügel Nr. 11 der Firma Czeija, Nissl & Comp. in Wien.

Es soll nun daran gegangen werden, diese bisher allgemein gehaltenen Beziehungen auf einen praktischen Fall anzuwenden. Zu diesem Behufe wurden in der hydrometrischen Prüfungsanstalt des k. k. hydrographischen Zentral-Bureaus in Wien eine Reihe von einschlägigen Versuchen auf das sorgsamste durchgeführt. Aus diesen Versuchsreihen wurden jene herausgegriffen, welche sich auf einen bohrerförmigen Flügel bezogen, welcher die Fabriksmarke Nr. 11 der Firma Czeija, Nissl & Co. in Wien trägt und bei einer Höhe von 100 *mm* an der Basis einen Durchmesser von 126 *mm* besitzt. Der hydrometrische Flügel Nr. 11, welcher überdies in der beigegebenen Textfigur 3 veranschaulicht ist, wurde zuvörderst in normaler Stellung ($\omega = 0^0$), dann bei einer Neigung von $\omega = 15^0$, 30^0, 45^0, 60^0 und 70^0 gegen die Fahrtrichtung tariert. Die Ergebnisse dieser Versuche erscheinen in der Tabelle I zusammengestellt. An der Hand derselben wurde für jede Flügelstellung die betreffende Flügelgleichung im Sinne der angeführten Formeln 22) und 23), sowie der jedem Tarierungsfall entsprechende mittlere Beobachtungsfehler berechnet. Bei dieser Behandlung der Versuchsresultate hat sich ergeben, daß für alle in Betracht gezogenen Tarierungsfälle mit Ausnahme jenes bei $\omega = 60^0$ die Geschwindigkeitswerte von über einem Meter, wie

dies aus Textfigur 4 zu entnehmen ist, annähernd in je eine gerade Linie fallen. Die diesfalls ermittelten Flügelzeichnungen sind die folgenden:



$$\left.\begin{array}{lll} \text{für } \omega = 0^0 & v_0 = -0{\cdot}021 + 0{\cdot}226\, n \\ \text{„ } \omega = 15^0 & v_{15} = -0{\cdot}041 + 0{\cdot}239\, n \\ \text{„ } \omega = 30^0 & v_{30} = -0{\cdot}089 + 0{\cdot}394\, n \\ \text{„ } \omega = 45^0 & v_{45} = -0{\cdot}082 + 0{\cdot}383\, n \\ \text{„ } \omega = 60^0 & v_{60} = -0{\cdot}093 + 0{\cdot}458\, n \\ \text{„ } \omega = 65^0 & v_{65} = +0{\cdot}024 + 0{\cdot}632\, n \\ \text{„ } \omega = 70^0 & v_{70} = -0{\cdot}093 + 1{\cdot}019\, n \\ \text{„ } \omega = 75^0 & \text{eine Bewegung nicht mehr wahrnehmbar} \end{array}\right\} \quad . \; . \; 42).$$



Figur 4. Flügel Nr. 11.

Tabelle I.

Tarierung des hydrometrischen Flügels Nr. 11 der Firma Czeija, Nissl & Comp. in Wien in normaler und schiefer Stellung.

S = Weg in Metern; T = Zeit in Sekunden; N = Anzahl der Umdrehungen. v = Geschwindigkeit in Metern; n = sekundliche Umdrehungszahl; f = Beobachtungsfehler in Centimetern; α und β = Flügelkonstanten; w = mittlere Beobachtungsfehler in Centimetern.

1. Normale Tarierung.

Post-Nr.	S	T	N	v	n	v . n	n²	v'	f	f²
1	56·10	14·3	250	3·92	17·48	68·522	305·550	3·93	1	1
2	33·80	9·2	150	3·67	16·30	59·821	265·690	3·66	1	1
3	22·60	6·4	100	3·53	15·63	55·174	244·297	3·51	2	4
4	22·55	6·9	100	3·27	14·49	47·382	209·960	3·25	2	4
5	11·25	3·6	50	3·13	13·89	43·476	192·932	3·12	1	1
6	33·85	12·3	150	2·75	12·20	33·550	148·840	2·74	1	1
7	56·25	21·6	250	2·60	11·57	30·082	133·865	2·59	1	1
8	33·45	13·4	150	2·50	11·19	27·975	125·216	2·51	1	1
9	33·35	15·4	150	2·17	9·74	21·136	94·868	2·18	1	1
10	11·15	6·6	50	1·69	7·58	12·810	57·456	1·69	.	.
11	33·55	21·8	150	1·54	6·88	10·595	47·334	1·53	1	1
12	11·20	8·7	50	1·29	5·75	7·418	33·063	1·28	1	1
13	11·10	12·7	50	0·87	3·94	3·428	15·524	0·87	.	.
Σ 1 — 13 =	.	.	32·93	146·64	421·369	1874·595	.	.	17	

$\alpha = -0{\cdot}021; \quad \beta = 0{\cdot}226; \quad w = \sqrt{\frac{17}{13-2}} = 1{\cdot}24\, cm.$

2. Tarierung bei 15° Abweichung.

Post-Nr.	S	T	N	v	n	v . n	n²	v'	f	f²
1	23·60	5·8	100	4·07	17·24	70·167	297·218	4·08	1	1
2	35·20	10·3	150	3·42	14·56	49·795	211·994	3·44	2	4
3	23·75	7·5	100	3·17	13·33	42·256	177·689	3·14	3	9
4	23·75	8·0	100	2·97	12·50	37·125	156·250	2·95	2	4
5	23·20	8·8	100	2·64	11·36	29·990	129·050	2·67	3	9
6	23·60	10·3	100	2·29	9·71	22·236	94·284	2·28	1	1
7	35·10	17·2	150	2·04	8·72	17·789	76·038	2·04	.	.
8	11·65	7·2	50	1·62	6·94	11·243	48·164	1·62	.	.
9	23·15	17·4	100	1·33	5·75	7·648	33·063	1·33	.	.
10	11·45	11·2	50	1·02	4·46	4·549	19·892	1·02	.	.
Σ 1 — 10 =	.	.	24·57	104·57	292·798	1243·642	.	.	28	

$\alpha = -0{\cdot}041; \quad \beta = 0{\cdot}239; \quad w = \sqrt{\frac{28}{10-2}} = 1{\cdot}86\, cm.$

3. Tarierung bei 30° Abweichung.

Post-Nr.	S	T	N	v	n	v . n	n²	v'	f	f²
1	28·80	7·4	100	3·89	13·51	52·554	182·520	3·88	1	1
2	28·80	8·2	100	3·51	12·20	42·822	148·840	3·50	1	1
3	28·60	8·4	100	3·40	11·90	40·460	141·610	3·41	1	1
4	28·80	9·3	100	3·10	10·75	33·325	115·563	3·07	3	9
5	42·80	14·7	150	2·91	10·20	29·682	104·040	2·91	.	.
6	14·05	5·9	50	2·38	8·47	20·159	71·741	2·40	2	4
7	28·20	15·2	100	1·86	6·58	12·239	43·296	1·85	1	1
8	27·50	20·5	100	1·34	4·88	6·539	23·814	1·35	1	1
9	13·75	10·9	50	1·26	4·59	5·783	21·068	1·26	.	.
10	13·70	12·7	50	1·08	3·94	4·255	15·524	1·07	1	1
Σ 1 — 10 =	.	.	24·73	87·02	247·818	868·016	.	.	19	

$\alpha = -0{\cdot}089; \quad \beta = 0{\cdot}294; \quad w = \sqrt{\frac{19}{10-2}} = 1{\cdot}54\, cm.$

4. Tarierung bei 45° Abweichung.

Post-Nr.	S	T	N	v	n	v . n	n²	v'	f	f²
1	37·55	10·2	100	3·68	9·80	36·064	96·040	3·67	1	1
2	37·50	11·5	100	3·26	8·70	28·362	75·690	3·25	1	1
3	37·45	12·6	100	2·97	7·94	23·582	63·044	2·96	1	1
4	37·00	13·9	100	2·66	7·19	19·125	51·696	2·67	1	1
5	36·90	15·1	100	2·44	6·62	16·153	43·824	2·45	1	1
6	18·25	8·6	50	2·12	5·81	12·327	33·756	2·14	2	4
7	36·60	21·2	100	1·73	4·72	8·166	22·278	1·73	.	.
8	18·30	12·6	50	1·45	3·97	5·757	15·761	1·44	1	1
9	35·60	30·3	100	1·17	3·30	3·861	10·890	1·18	1	1
10	36·60	32·0	100	1·14	3·13	3·568	9·797	1·12	2	4
Σ 1 — 10 =	.	.	22·62	61·18	156·965	422·766	.	.	15	

$\alpha = -0{\cdot}082; \quad \beta = 0{\cdot}383; \quad w = \sqrt{\frac{15}{10-2}} = 1{\cdot}37\, cm.$

5. Tarierung bei 60° Abweichung.

Post-Nr.	S	T	N	v	n	v . n	n²	v'	f	f²
1	52·35	14·7	100	3·56	6·80	.	.	.	.	.
2	50·05	14·9	100	3·36	6·71	.	.	.	.	.
3	48·25	15·2	100	3·17	6·58	.	.	.	.	.
4	45·95	17·8	100	2·58	5·62	.	.	.	.	.
5	43·75	18·9	100	2·31	5·29	12·220	27·984	2·33	2	4
6	44·30	22·3	100	1·99	4·48	8·915	20·070	1·96	3	9
7	43·70	24·7	100	1·77	4·05	7·169	16·403	1·76	1	1
8	42·45	32·3	100	1·31	3·10	4·061	9·610	1·33	2	4
9	42·35	39·8	100	1·06	2·51	2·661	6·300	1·06	.	.
Σ 5 — 9 =	.	.	8·44	19·43	35·026	80·367	.	.	18	

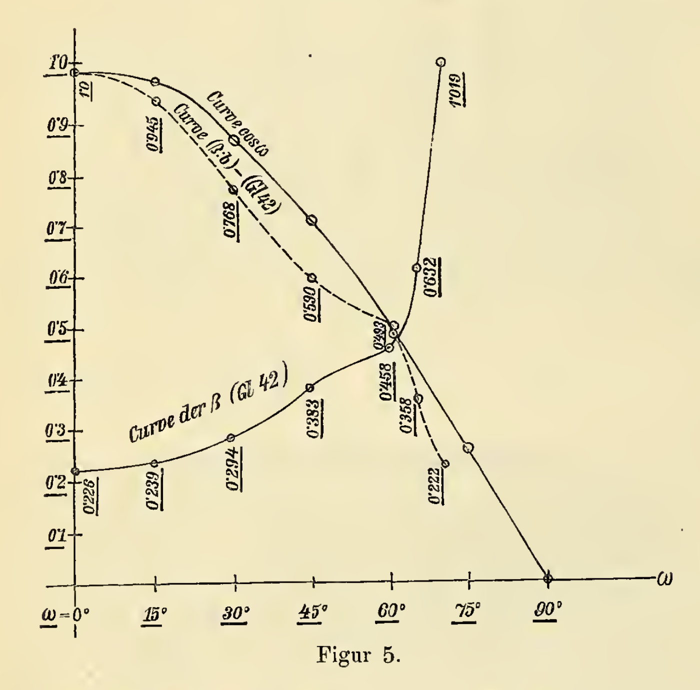
$\alpha = -0{\cdot}093; \quad \beta = 0{\cdot}458; \quad w = \sqrt{\frac{18}{5-2}} = 2{\cdot}44\, cm.$

Post-Nr.	S	T	N	v	n	$v.n$	n^2	v'	f	f^2
6. Tarierung bei 65° Abweichung.										
1	31·75	9·1	50	3·49	5·49	19·160	30·140	3·49	.	.
2	62·95	19·7	100	3·20	5·08	16·256	25·806	3·23	3	9
3	32·55	11·0	50	2·96	4·55	13·468	20·703	2·90	6	36
4	31·45	16·8	50	1·87	2·98	5·573	8·880	1·91	4	16
5	32·35	20·5	50	1·58	2·44	3·855	5·954	1·57	1	1
6	32·40	30·9	50	1·05	1·62	1·701	2·624	1·05	.	.
Σ 1 — 6 =		.	.	14·15	22·16	60·013	94·107	.	.	62

$$\alpha = +0{\cdot}024;\quad \beta = 0{\cdot}632:\quad w = \sqrt{\frac{62}{6-2}} = 3{\cdot}93\ cm.$$

Post-Nr.	S	T	N	v	n	$v.n$	n^2	v'	f	f^2
7. Tarierung bei 70° Abweichung.										
1	49·10	21·5	50	2·28	2·33	5·312	5·429	2·28	.	.
2	47·60	31·6	50	1·51	1·58	2·386	2·496	1·52	1	1
3	49·20	39·7	50	1·24	1·26	1·562	1·588	1·19	5	25
4	45·20	44·3	50	1·02	1·13	1·153	1·277	1·06	4	16
Σ 1 — 4 =		.	.	6·05	6·30	10·413	10·790	.	.	42

$$\alpha = -0{\cdot}093;\quad \beta = 1{\cdot}019;\quad w = \sqrt{\frac{42}{4-2}} = 4{\cdot}58\ cm.$$



Figur 5.

Werden diese Flügelgleichungen, in welchen v die Wagen-, beziehungsweise Strömungsgeschwindigkeit darstellt, näher in das Auge gefaßt, so ersieht man, daß die Koeffizienten α und β bei Vergrößerung des Ablenkungswinkels im allgemeinen eine numerische Zunahme erfahren. Die Werte der Größe β in Fig. 5 über einer Abszissenachse aufgetragen, auf welcher die Maße der Winkel ω numerisch verzeichnet sind, lassen ferner entnehmen, daß die Zunahme dieser Koeffizienten mit der Vergrößerung der Flügelablenkung bis zum Winkel von 45° einer gewissen Gesetzmäßigkeit unterliegt. Wird auch im Sinne der Beziehung 31) derjenige Faktor für jede Flügelstellung ausgemittelt und in der eben genannten Figur verzeichnet, durch welchen die Konstante β dividiert werden muß, um den betreffenden Wert b zu erhalten, so zeigt auch das Schaubild dieser Kurve bis zu dem Winkel von 45° einen gewissen regelmäßigen Verlauf. Von da angefangen nähert sich jedoch die eben erwähnte Faktorenkurve der ebenfalls eingetragenen Cosinuslinie und kommt dieser schließlich bei 60° am nächsten. Bei diesem Winkel ist daher der Wert b unverhältnismäßig klein, welcher Umstand die Tatsache anzeigt, daß irgend welche Gründe vorhanden sein müssen, welche bei dieser Winkelstellung die Schaufelbewegung des Flügels beschleunigend beeinflussen. Mit Rücksicht auf die schon hervorgehobene praktische Tendenz dieser Abhandlung und da es anderseits auf Schwierigkeiten stoßen dürfte, die Gründe dieser Beschleunigung rechnungsmäßig richtig festzulegen, sollen in den folgenden Ausführungen auch nur die Versuchsfälle inklusive 45° in den Kreis der Betrachtungen gezogen werden, was um so mehr zulässig erscheint, als wohl in der Praxis bei den hydrometrischen Erhebungen kaum derartige Fälle in Betracht kommen werden, wo die Strömungsneigung zum Meßprofil das Maß dieses Winkelwertes überschreitet. Auch ist es für den Gegenhalt der Flügelgleichungen von Belang, daß die unteren Grenzwerte der sekundlichen Umdrehungszahlen n für alle Fälle identisch sind, was für die Gleichungen bis inklusive 45° zutrifft. Es wäre schon aus diesem, in der Einleitung begründeten Umstande schwer möglich, alle Fälle bis 70° miteinander in Vergleich zu stellen, da beispielsweise für $\omega = 70°$ einer Geschwindigkeit von 1 m ungefähr die Umdrehungszahl 1 entspricht, und bei dem für die Fälle bis 45° als identisch angenommenen unteren Grenzwert $n = 4$ die Geschwindigkeit überhaupt nicht mehr erhoben werden konnte. Dies vorausgeschickt, soll nun zur Ermittlung der Größen $\alpha + \beta\, n$ und μ [Gleichungen 40) und 41)] unter Zugrundelegung der ermittelten Flügelgleichungen für $\omega = 0°$ bis 45° geschritten [Gleichungen 33) $\ldots . v_0$ bis v_{45}] und hiebei der Einfachheit wegen, jeder der Werte

$$\cos\omega\,[a + b\,n] \text{ mit } A$$
$$\sin\omega\,[a + b\,n] \text{ mit } z$$

bezeichnet werden.

Wird mit dem schon erwähnten Grenzwerte $n = 4$ begonnen, so ist:

Für $n = 4$:

A	z	Az	z^2
0·883	0	0	0
0·883	0·237	0·209	0·056
0·941	0·543	0·512	0·295
1·025	1·025	1·051	1·051
3·732	1·805	1·771	1·402

$$\mu = \frac{4\,.\,\Sigma Az - \Sigma z\,.\,\Sigma A}{4\,.\,\Sigma z^2 - (\Sigma z)^2} = \frac{0{\cdot}346}{2{\cdot}350} = \mathbf{0{\cdot}147}$$

$$\alpha + 4\beta = \frac{1}{4}(\Sigma A - \mu\,.\,\Sigma z) = \mathbf{0{\cdot}867}.$$

Für $n = 5$:

A	z	Az	z^2
1·109	0	0	0
1·115	0·298	0·332	0·088
1·196	0·691	0·826	0·477
1·296	1·296	1·680	1·680
4·716	2·285	2·838	2·245

$$\mu = \frac{0{\cdot}576}{3{\cdot}759} = \mathbf{0{\cdot}153}$$

$$\alpha + 5\beta = \mathbf{1{\cdot}092}.$$

Für $n = 6$:

A	z	Az	z^2
1·335	0	0	0
1·345	0·362	0·487	0·131
1·450	0·837	1·214	0·701
1·567	1·567	2·455	2·455
5·697	2·766	4·156	3·287

$$\mu = \frac{0{\cdot}866}{5{\cdot}497} = \mathbf{0{\cdot}157}$$

$$\alpha + 6\beta = \mathbf{1{\cdot}316}.$$

Für $n = 8$:

A	z	Az	z^2
1·787	0	0	0
1·807	0.485	0·876	0·235
1·960	1·131	2·216	1·279
2·108	2·108	4·444	4·444
7·662	3·724	7·536	5·958

$$\mu = \frac{1{\cdot}611}{10{\cdot}014} = \mathbf{0{\cdot}161}$$

$$\alpha + 8\beta = \mathbf{1{\cdot}765}.$$

Für $n = 10$:

A	z	Az	z^2
2·239	0	0	0
2·269	0·609	1·382	0·370
2·468	1·425	3·517	2·031
2·651	2·651	7·028	7·023
9·627	4·685	11·927	9·424

$$\mu = \frac{2{\cdot}606}{15{\cdot}747} = \mathbf{0{\cdot}165}$$

$$\alpha + 10\beta = \mathbf{2{\cdot}214}.$$

Für $n = 15$:

A	z	Az	z^2
3·369	0	0	0
3·423	0·918	3·142	0·843
3·742	2·160	8·082	4·666
4·004	4·004	16·032	16·032
14·538	7·082	27·256	21·541

$$\mu = \frac{6{\cdot}066}{36{\cdot}009} = \mathbf{0{\cdot}168}$$

$$\alpha + 15\beta = \mathbf{3{\cdot}337}.$$

Für $n = 20$:

A	z	Az	z^2
4·499	0	0	0
4·577	1·227	5·615	1·505
5·015	2·895	14·518	8·381
5·358	5·358	28·708	28·708
19·449	9·480	48·841	38·594

$$\mu = \frac{10{\cdot}998}{64{\cdot}506} = \mathbf{0{\cdot}170}$$

$$\alpha + 20\beta = \mathbf{4{\cdot}459}.$$

Die eben erhaltenen Werte für μ und $\alpha + n\beta$ übersichtlich zusammengestellt, lauten wie folgt:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für } n = 4, & \mu = 0{\cdot}147, & \alpha + 4\beta = 0{\cdot}867 \\ \text{„ } n = 5, & \mu = 0{\cdot}153, & \alpha + 5\beta = 1{\cdot}092 \\ \text{„ } n = 6, & \mu = 0{\cdot}157, & \alpha + 6\beta = 1{\cdot}316 \\ \text{„ } n = 8, & \mu = 0{\cdot}161, & \alpha + 8\beta = 1{\cdot}765 \\ \text{„ } n = 10, & \mu = 0{\cdot}165, & \alpha + 10\beta = 2{\cdot}214 \\ \text{„ } n = 15, & \mu = 0{\cdot}168, & \alpha + 15\beta = 3{\cdot}337 \\ \text{„ } n = 20, & \mu = 0{\cdot}170, & \alpha + 20\beta = 4{\cdot}459 \end{array}\right\} \quad . \; . \; 43).$$

Ein Blick auf diese Zusammenstellung lehrt, daß der Wert des Koeffizienten μ mit zunehmendem n wächst. Diese Werte graphisch versinnbildlicht ergeben für den Verlauf dieser μ eine Kurve, deren Gesetz später ermittelt werden wird. Werden die Werte $\alpha + n\beta$ graphisch entsprecheud aufgetragen, so ersieht man, daß sich für den Verlauf dieser Werte wahrscheinlich eine gerade Linie ergeben wird. Es soll nun zunächst daran gegangen werden, aus den obigen sieben Gleichungen 43) für $\alpha + n\beta$ die bezüglichen Werte der Koeffizienten α und β zu bestimmen, wobei sinngemäß die bereits unter 22) und 23) behandelten Formeln zur Anwendung gelangen.

Es wird demzufolge:

$$\alpha = \frac{\Sigma\,(n^2)\,\Sigma\,(v) - \Sigma\,(n)\,\Sigma\,(n\,v)}{7\,\Sigma\,(n^2) - [\Sigma\,(n)]^2} = -\,\mathbf{0{\cdot}031}$$

und:

$$\beta = \frac{7\,\Sigma\,(n\,v) - \Sigma\,(n)\,\Sigma\,(v)}{7\,\Sigma\,(n^2) - [\Sigma\,(n)]^2} = \mathbf{0{\cdot}2245.}$$

Die mit den anderen Gleichungen in Beziehung gebrachte Normalgleichung des Flügels Nr. 11 lautet sonach:

$$v = -\,0{\cdot}031 + 0{\cdot}2245\,n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 44),$$

oder abgekürzt:

$$v = -\,0{\cdot}031 + 0{\cdot}225\,n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 45).$$

Wird diese Normalgleichung mit der ursprünglichen Normalgleichung 42) für $\omega = 0^0$

$$v = -\,0{\cdot}021 + 0{\cdot}226\,n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 46)$$

verglichen, so findet man eine überraschend gute Übereinstimmung. Beigefügt wird, daß man die Gleichung 44) auch durch direkte Ausrechnung der Auflösungsformel 40) finden kann. Es kann dieser Determinantenausdruck auch in der Form:

$$\alpha + \beta n = \frac{A n^3 + B n^2 + C n + D}{R n^2 + S n + T} \quad . \; . \; . \; . \; 47)$$

geschrieben werden, worin die Größen A, B, C und D, dann R, S und T die nachstehende Bedeutung besitzen:

$$\left.\begin{array}{l} A = \Sigma\,b \cos\omega\,\Sigma\,b^2 \sin^2\omega - \Sigma\,b \sin\omega\,\Sigma\,b^2 \cos\omega \sin\omega \\ B = 2\,\Sigma\,b \cos\omega\,\Sigma\,a\,b \sin^2\omega + \Sigma\,a \cos\omega\,\Sigma\,b^2 \sin^2\omega - \\ \quad - [2\,\Sigma\,b \sin\omega\,\Sigma\,a\,b \sin\omega \cos\omega + \Sigma\,a \sin\omega\,\Sigma\,b^2 \sin\omega \cos\omega] \\ C = \Sigma\,b \cos\omega\,\Sigma\,a^2 \sin^2\omega + 2\,\Sigma\,a \cos\omega\,\Sigma\,a\,b \sin^2\omega - \\ \quad - [\Sigma\,b \sin\omega\,\Sigma\,a^2 \sin\omega \cos\omega + 2\,\Sigma\,a \sin\omega\,\Sigma\,a\,b \sin\omega \cos\omega] \\ D = \Sigma\,a \cos\omega\,\Sigma\,a^2 \sin^2\omega - \Sigma\,a \sin\omega\,\Sigma\,a^2 \sin\omega \cos\omega \\ R = (m+1)\,\Sigma\,b^2 \sin^2\omega - (\Sigma\,b \sin\omega)^2 \\ S = 2\,(m+1)\,\Sigma\,a\,b \sin^2\omega - 2\,\Sigma\,a \sin\omega\,\Sigma\,b \sin\omega \\ T = (m+1)\,\Sigma\,a^2 \sin^2\omega - (\Sigma\,a \sin\omega)^2 \end{array}\right\} \; . \; . \; 48).$$

Werden in diese Ausdrücke die bekannten numerischen Maße und für $m + 1 = 4$ (Anzahl der Tarierungsfälle) eingeführt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} A = +\,0{\cdot}09702 - 0{\cdot}05996 = +\,0{\cdot}03706 \\ B = -\,0{\cdot}04478 - 0{\cdot}01934 - (-\,0{\cdot}02830 - 0{\cdot}01414] = \\ \quad = -\,0{\cdot}06412 + 0{\cdot}04244 = -\,0{\cdot}02168 \\ C = +\,0{\cdot}00403 + 0{\cdot}00892 - (0{\cdot}0345 + 0{\cdot}00667] = \\ \quad = +\,0{\cdot}01295 - 0{\cdot}01012 = +\,0{\cdot}00283 \\ D = -\,0{\cdot}00080 + 0{\cdot}00081 = +\,0{\cdot}00001 \\ R = +\,0{\cdot}3952 - 0{\cdot}2301 = +\,0{\cdot}1651 \\ S = -\,0{\cdot}1824 + 0{\cdot}1085 = -\,0{\cdot}0739 \\ T = +\,0{\cdot}0164 - 0{\cdot}0128 = +\,0{\cdot}0036 \end{array}\right\} \; . \; . \; 49),$$

und somit für:

$$\alpha + \beta n = \frac{0{\cdot}03706\,n^3 - 0{\cdot}02168\,n^2 + 0{\cdot}00283\,n + 0{\cdot}00001}{0{\cdot}1651\,n^2 - 0{\cdot}0739\,n + 0{\cdot}0036},$$

$$\alpha + \beta n = -\,0{\cdot}031 + 0{\cdot}2245\,n - 0{\cdot}0039\,\frac{1}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 50).$$

Nachdem diese Gleichung 50) erst für Werte von n Giltigkeit besitzt, welche größer als 4 sind, so lautet obige Gleichung nunmehr, zumal sodann schon das dritte Glied auf der rechten Seite vernachlässigt werden kann:

$$\alpha + \beta n = v = -\,0{\cdot}031 + 0{\cdot}2245\,n \quad . \; . \; . \; . \; 51).$$

Diese Gleichung ist, wenn sie mit der Gleichung 44) verglichen wird, mit dieser vollkommen identisch. Diese Gleichung 44), beziehungsweise 51) oder in abgekürzter Form 45) ist nun jene Normalgleichung des Flügels Nr. 11, aus welcher die anderen Gleichungen für die schiefgestellten Flügelachsen desselben analytisch abgeleitet werden sollen. Zuvörderst sei jedoch noch der Zusammenhang zwischen dem Koeffizienten μ und der sekundlichen Umdrehungszahl n, beziehungsweise die gegenseitige Abhängigkeit dieser beiden Größen ermittelt. Das Gesetz hiefür ergibt sich sofort aus dem unter 41) dargestellten Formelausdrucke für μ. Derselbe kann ähnlich, wie dies sub 47) für $(\alpha + \beta n)$ geschehen ist, auch wieder in der Form:

$$\mu = \frac{E n^2 + F n + G}{R n^2 + S n + T} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 52)$$

geschrieben werden, worin die Größen R, S und T die bereits unter 48), beziehungsweise 49) ermittelten und die Größen E, F und G die folgenden Werte besitzen:

$$\left.\begin{array}{l} E = (m+1)\,\Sigma\,b^2 \cos\omega \sin\omega - \Sigma\,b \sin\omega\,\Sigma\,b \cos\omega \\ F = 2\,(m+1)\,\Sigma\,a\,b \cos\omega \sin\omega - \Sigma\,b \sin\omega\,\Sigma\,a \cos\omega - \\ \quad - \Sigma\,b \cos\omega\,\Sigma\,a \sin\omega \\ G = (m+1)\,\Sigma\,a^2 \cos\omega \sin\omega - \Sigma\,a \sin\omega\,\Sigma\,a \cos\omega \end{array}\right\} \; . \; . \; 53).$$

Nach Einsetzung der numerischen Werte erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} E = +\,0{\cdot}5000 - 0{\cdot}4711 = +\,0{\cdot}0289 \\ F = -\,0{\cdot}2360 + 0{\cdot}0939 + 0{\cdot}111 = -\,0{\cdot}031 \\ G = +\,0{\cdot}0288 - 0{\cdot}0221 = +\,0{\cdot}0067 \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \; 54),$$

und somit für:

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \dfrac{0{\cdot}0289\,n^2 - 0{\cdot}0310\,n + 0{\cdot}0067}{0{\cdot}1651\,n^2 - 0{\cdot}0739\,n + 0{\cdot}0036} = \\ = 0{\cdot}175 - 0{\cdot}1095\,\dfrac{1}{n} - 0{\cdot}0121\,\dfrac{1}{n^2} - 0{\cdot}003\,\dfrac{1}{n^3} - \ldots \end{array}\right\} \; . \; . \; 55).$$

Diese Gleichung für μ würde in dieser Form nur für sehr kleine Werte von n zur Anwendung kommen. Für unseren Grenzwert n ist bereits das dritte Glied dieses Ausdruckes so klein, daß es sowie die folgenden Glieder vernachlässigt werden kann. Es kann sonach gesetzt werden:

$$\mu = 0{\cdot}175 - 0{\cdot}1095\,\frac{1}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 56).$$

Der Form nach stellt der eben resultierende Ausdruck 56) die Gleichung einer Hyperbel dar, und zwar sind einerseits — wenn diese Hyperbel wie in Textfigur 6 (S. 616) innerhalb eines rechtwinkeligen Koordinaten-Systemes, dessen Ordinaten die Werte dieses μ und dessen Abszissen die Werte von n bezeichnen, gedacht ist — die Ordinatenachse und anderseits eine Gerade $\mu = 0{\cdot}175$ die Assymptoten dieser Kurve. Werden nun aus Gleichung 56) die Werte für μ für verschiedene Werte von n ausgemittelt, dermaßen, daß:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } n = 4 & \mu = 0{\cdot}147 \\ \text{„ } n = 5 & \mu = 0{\cdot}153 \\ \text{„ } n = 6 & \mu = 0{\cdot}157 \\ \text{„ } n = 8 & \mu = 0{\cdot}161 \\ \text{„ } n = 10 & \mu = 0{\cdot}164 \\ \text{„ } n = 15 & \mu = 0{\cdot}168 \\ \text{„ } n = \infty & \mu = 0{\cdot}175 \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; 57)$$

wird und werden die Werte aus Gleichung 57) mit jenen aus Gleichung 43) verglichen, so ergeben sich keinerlei Abweichungen. Aus den Gleichungen 53), beziehungsweise 48) folgt, daß für den Fall, als die Koeffizienten a wegfallen, außer E und R alle anderen Glieder ebenfalls in Ausfall kommen; es ist sodann:

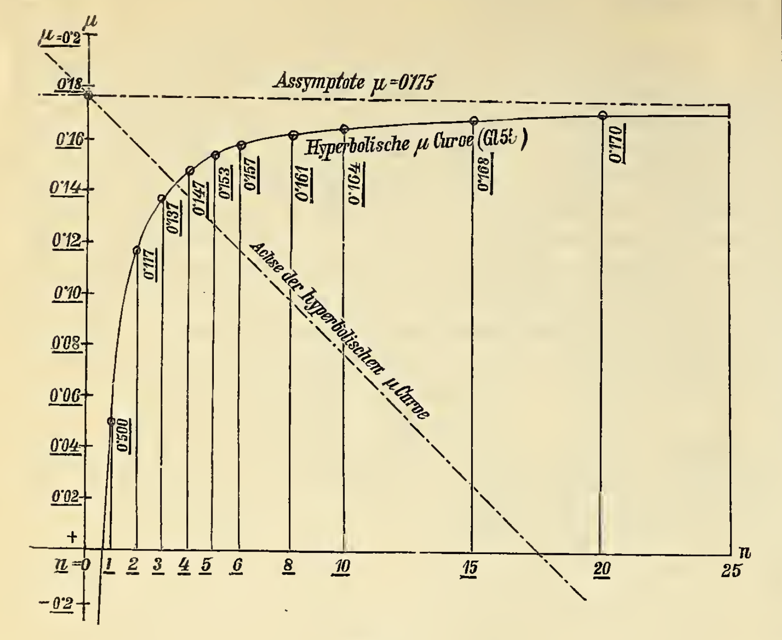
$$\mu = \frac{E}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 58),$$

und es wird im Sinne der Beziehung 26) in diesem Falle der Flügel bei einem Ablenkungswinkel ω, dessen

$$\text{cotang}\,\omega = \frac{E}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 59)$$

ist, zum Stillstand gelangen. Bei dem Auftreten der Koeffizienten a hingegen, wird dieser Winkel in Gemäßheit der Gleichung 52) beeinflußt. Es soll nun im folgenden daran gegangen werden, im

Sinne des durch die Gleichung 35) ausgedrückten Gesetzes, die Gleichungen für jene Flügelstellungen abzuleiten, für welche bis inklusive 45° die Tarierungen vorgenommen worden sind.



Figur 6.

Es ist

1. Für $\omega = 15^0$:

$$\cos\omega = 0{\cdot}966,\quad \sin\omega = 0{\cdot}2588,\quad \mu = 0{\cdot}175 - 0{\cdot}1095\,\frac{1}{n}$$

$$\mu\,.\,\sin\omega = 0{\cdot}0453 - 0{\cdot}0283\,\frac{1}{n}$$

$$\cos\omega - \mu\,.\,\sin\omega = 0{\cdot}9207 + 0{\cdot}0283\,\frac{1}{n}$$

und somit:

$$\frac{\alpha + \beta n}{\cos\omega - \mu\,\sin\omega} = \frac{-0{\cdot}031 + 0{\cdot}225\,n}{0{\cdot}9207 + 0{\cdot}0283\,\frac{1}{n}} =$$

$$= -0{\cdot}034 + 0{\cdot}244\,n - 0{\cdot}008 + 0{\cdot}0004\,\frac{1}{n}$$

oder mit Vernachlässigung des vierten Gliedes:

$$v_{15} = -0{\cdot}042 + 0{\cdot}244\,n \quad \ldots\ldots\ 60).$$

2. Für $\omega = 30^0$:

$$\cos\omega = 0{\cdot}8660,\quad \sin\omega = 0{\cdot}5000,\quad \mu = 0{\cdot}175 - 0{\cdot}1095\,.\,\frac{1}{n}$$

$$\mu\,\sin\omega = 0{\cdot}0875 - 0{\cdot}0547\,.\,\frac{1}{n}$$

$$\cos\omega - \mu\,\sin\omega = 0{\cdot}7785 + 0{\cdot}0547\,\frac{1}{n}$$

und somit:

$$\frac{\alpha + \beta n}{\cos\omega - \mu\,.\,\sin\omega} = \frac{-0{\cdot}031 + 0{\cdot}225\,n}{0{\cdot}7785 + 0{\cdot}0547\,\frac{1}{n}} =$$

$$= -0{\cdot}040 + 0{\cdot}289\,n - 0{\cdot}021 + 0{\cdot}002\,.\,\frac{1}{n},$$

oder mit Vernachlässigung des vierten Gliedes:

$$v_{30} = 0{\cdot}061 + 0{\cdot}289\,n \quad \ldots\ldots\ 61).$$

3. Für $\omega = 45^0$:

$$\cos\omega = 0{\cdot}7071,\quad \sin\omega = 0{\cdot}7071,\quad \mu = 0{\cdot}175 - 0{\cdot}1095\,\frac{1}{n}$$

$$\mu\,.\,\sin\omega = 0{\cdot}1237 - 0{\cdot}0774\,\frac{1}{n}$$

$$\cos\omega - \mu\,.\,\sin\omega = 0{\cdot}5834 + 0{\cdot}0774\,\frac{1}{n},$$

und somit:

$$\frac{\alpha + \beta n}{\cos\omega - \mu\,.\,\sin\omega} = \frac{-0{\cdot}031 + 0{\cdot}225\,n}{0{\cdot}5834 + 0{\cdot}0774\,\frac{1}{n}} =$$

$$= -0{\cdot}054 + 0{\cdot}385\,n - 0{\cdot}051 + 0{\cdot}0083\,\frac{1}{n},$$

oder mit Vernachlässigung des vierten Gliedes:

$$v_{45} = -0{\cdot}105 + 0{\cdot}385\,n \quad \ldots\ldots\ 62).$$

Die Gleichungen 45) und 60) bis 62), welche gerade Linien darstellen, übersichtlich zusammengestellt ergeben somit:

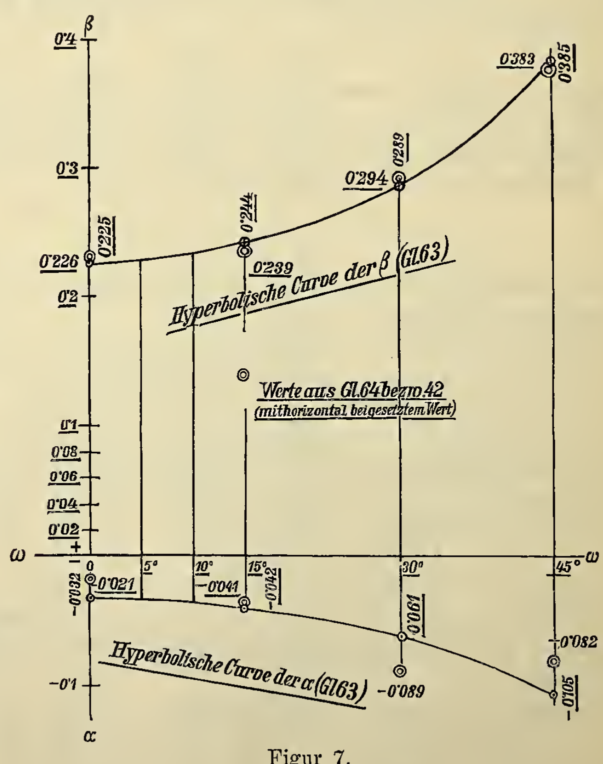
$$\left.\begin{aligned} \text{für } \omega &= 0^0 & v_0 &= -0{\cdot}031 + 0{\cdot}225\,n \\ \text{„ } \omega &= 15^0 & v_{15} &= -0{\cdot}042 + 0{\cdot}244\,n \\ \text{„ } \omega &= 30^0 & v_{30} &= -0{\cdot}061 + 0{\cdot}289\,n \\ \text{„ } \omega &= 45^0 & v_{45} &= -0{\cdot}105 + 0{\cdot}385\,n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ 63).$$

Werden diesen Gleichungen 63) die bezüglichen Gleichungen aus 42), welche der Übersichtlichkeit halber hier

$$\left.\begin{aligned} \text{für } \omega &= 0^0 & v_0 &= -0{\cdot}021 + 0{\cdot}226\,n \\ \text{„ } \omega &= 15^0 & v_{15} &= -0{\cdot}041 + 0{\cdot}239\,n \\ \text{„ } \omega &= 30^0 & v_{30} &= -0{\cdot}089 + 0{\cdot}294\,n \\ \text{„ } \omega &= 45^0 & v_{45} &= -0{\cdot}082 + 0{\cdot}383\,n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ 64)$$

wiederholt werden, entgegengehalten, dann findet man abermals eine überraschend gute Übereinstimmung, welche um so mehr in Anschlag zu bringen ist, als Beobachtungsfehler unvermeidlich sind, und insbesondere die Einstellung des Flügels für den betreffenden Ablenkungswinkel niemals mathematisch genau erfolgen kann. Auf Grund dieser Gleichungen 63) kann nunmehr auf die Fehler übergegangen werden, welche dadurch entstehen, daß an Stelle der Komponente der Geschwindigkeit ($v \cos\omega$) ein durch die direkte Messung mit dem schräggestellten Flügel erhaltener Geschwindigkeitswert in den Kalkul eingeführt wird. Vorher soll jedoch bemerkt werden, daß das Verhalten der Koeffizienten α, beziehungsweise a und β, beziehungsweise b in den Gleichungen 63) ein vollständig gesetzmäßiges ist. Beide Koeffizienten zeigen mit Beziehung auf ihren jeweilig zugehörigen Winkelwert einen Verlauf, welcher je durch eine stetige Kurve (Textfigur 7) gegeben erscheint. Das Gesetz für die begehbaren Fehler ermittelt sich sehr einfach. Es sei v die Strömungsgeschwindigkeit, daher die richtige senkrecht zum Meßprofil wirkende Geschwindigkeit:

$$v' = v\,.\,\cos\omega.$$



Figur 7.

Die mit dem unter dem Winkel ω gestellten Flügel erhaltene Geschwindigkeit ist im Sinne der vorangehenden Ausführungen (Gleichung 24):

$$v'' = v\cos\omega - \mu\,.\,v\sin\omega = v\,(\cos\omega - \mu\,.\,\sin\omega).$$

Es ist daher der Fehler, beziehungsweise die Abweichung zwischen v' und v'':

$$\Delta = v' - v'' = v\cos\omega - v\cos\omega + \mu\,.\,v\sin\omega$$

$$\Delta = \mu\,.\,v\sin\omega \quad \ldots\ldots\ 67).$$

Man ersieht daher aus dieser vorstehenden Beziehung 67), daß der Fehler Δ um so größer wird, je größer der Koeffizient μ,

je größer die vorherrschende Strömungsgeschwindigkeit v und je größer der Wert des Ablenkungswinkels ω wird.

Diese eben behandelte Gleichung 67) kann auch geschrieben werden:

$$\Delta = \mu (a + b n) \sin \omega \quad \ldots \ldots \quad 68),$$

und wenn für diese Werte die betreffenden Werte von a und b aus den Gleichungen 63) und für μ der in Gleichung 56) ermittelte Funktionswert eingesetzt wird, so erhält man ferners beispielsweise:

1. Für $\omega = 15^0$:

$$\Delta_{15} = 0{\cdot}0110\, n - 0{\cdot}0088 + 0{\cdot}0004 \frac{1}{n} + \ldots,$$

oder wenn die Glieder mit $\frac{1}{n}$ und die folgenden vernachlässigt werden:

$$\Delta_{15} = 0{\cdot}0110\, n - 0{\cdot}0088 \quad \ldots \ldots \quad 69),$$

und wenn an Stelle von n der entsprechende Geschwindigkeitswert

$$n = \frac{v - a}{b} = \frac{v}{0{\cdot}244} + 0{\cdot}172$$

eingesetzt wird:

$$\Delta_{15} = 0{\cdot}045\, v - 0{\cdot}0069 \quad \ldots \ldots \quad 70).$$

2. Für $\omega = 30^0$:

$$\Delta_{30} = + 0{\cdot}0253\, n - 0{\cdot}0207 + 0{\cdot}0013 \frac{1}{n} + \ldots,$$

beziehungsweise

$$\Delta_{30} = 0{\cdot}0253\, n - 0{\cdot}0207 \quad \ldots \ldots \quad 71)$$

oder auch:

$$\Delta_{30} = 0{\cdot}087\, v - 0{\cdot}016 \quad \ldots \ldots \quad 72).$$

3. Für $\omega = 45^0$:

$$\Delta_{45} = 0{\cdot}0474\, n - 0{\cdot}0428 + 0{\cdot}0048 \frac{1}{n},$$

beziehungsweise:

$$\Delta_{45} = 0{\cdot}0474\, n - 0{\cdot}0428 \quad \ldots \ldots \quad 73)$$

oder auch:

$$\Delta_{45} = 0{\cdot}124\, v - 0{\cdot}0297 \quad \ldots \ldots \quad 74).$$

Da auch die Fehlergrößen für kleinere Ablenkungswinkel als 15^0 für diese Ausführungen von Interesse sind und auch für die späteren Untersuchungen gebraucht werden, so wurden diese Fehler auch für die Winkelwerte von 5^0 und 10^0 ermittelt. Nur mußte naturgemäß diesen Bestimmungen die Ermittlung der zugehörigen Flügelgleichungen vorangehen. Es stößt diese Bestimmung auf keinerlei Schwierigkeiten, zumal dieselbe in analoger Weise wie für die Winkelwerte $\omega = 15^0$, 30^0 und 45^0 erfolgt.

Es ist somit:

a) Für $\omega = 5^0$:

$$v_5 = - 0{\cdot}034 + 0{\cdot}229\, n \quad \ldots \ldots \quad 75),$$

und hieraus die bezügliche Abweichung:

$$\Delta_5 = 0{\cdot}015\, v - 0{\cdot}0021 \quad \ldots \ldots \quad 76),$$

b) für $\omega = 10^0$:

$$v_{10} = - 0{\cdot}038 + 0{\cdot}235\, n \quad \ldots \ldots \quad 77)$$

und hieraus die betreffende Fehlergröße:

$$\Delta_{10} = 0{\cdot}030\, v - 0{\cdot}0045 \quad \ldots \ldots \quad 78).$$

Übersichtlich zusammengestellt, erscheinen die Fehlergleichungen in der nachstehenden Form:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } \omega = 0^0 & \Delta_0 = 0 \\ \text{„ } \omega = 5^0 & \Delta_5 = 0{\cdot}015\, v - 0{\cdot}002 \\ \text{„ } \omega = 10^0 & \Delta_{10} = 0{\cdot}030\, v - 0{\cdot}004 \\ \text{„ } \omega = 15^0 & \Delta_{15} = 0{\cdot}045\, v - 0{\cdot}007 \\ \text{„ } \omega = 30^0 & \Delta_{30} = 0{\cdot}087\, v - 0{\cdot}016 \\ \text{„ } \omega = 45^0 & \Delta_{45} = 0{\cdot}124\, v - 0{\cdot}030 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad 79).$$

Zu einem Gesetz der Abweichungen, beziehungsweise des Verlaufes der Werte Δ gelangt man auch durch die folgende Erwägung:

Es ist nach Gleichung 34):

$$\alpha + \beta n = (a + b n) (\cos \omega - \mu \sin \omega)$$

$$\alpha + \beta n = v (\cos \omega - \mu \sin \omega) = v \cos \omega - \mu v \sin \omega.$$

Nun ist nach Gleichung 67) der Ausdruck

$$\mu v \sin \omega$$

die gesuchte Abweichung, daher

$$\Delta = \mu v \sin \omega = v \cos \omega - \alpha - \beta n$$

oder, da

$$n = \frac{v - a}{b}$$

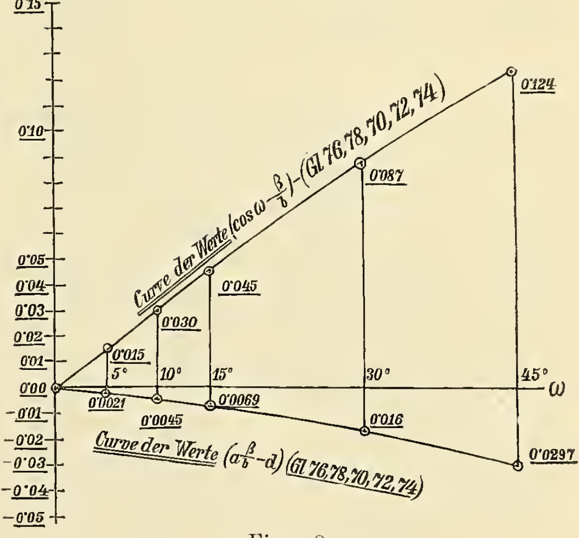
ist,

$$\Delta = v \cos \omega - \alpha - \beta \left(\frac{v - a}{b}\right)$$

und sonach:

$$\Delta = \boldsymbol{v} \left(\cos \omega - \frac{\beta}{\boldsymbol{b}}\right) + \boldsymbol{a} \frac{\beta}{\boldsymbol{b}} - \alpha \quad \ldots \quad 80).$$

Man ist hiedurch imstande, wenn man die Koeffizienten α und β der Normalgleichung des Flügels, dann die betreffenden Konstanten a und b der Gleichungen des um den Winkel ω schief gestellten Flügels kennt, sofort die Fehlergröße Δ für irgend eine Geschwindigkeit — allerdings für einerlei Grenzwerte von n — um so leichter zu berechnen, als man die erwähnten Werte a und b für irgend einen Winkel ω sofort unter Benützung der das Gesetz von a, beziehungsweise b darstellenden Kurven (siehe Textfigur 7) abgreifen kann.



Figur 8.

Werden unter Benützung der obigen Gleichung 80) unter Zuhilfenahme der bekannten Koeffizienten die entsprechenden Werte von Δ abgeleitet, so erhält man die gleichen, sub 79) verzeichneten Ausdrücke. Aus dem Aufbaue der eben erwähnten Beziehung 80) kann man für die Wechselbeziehung zwischen Abweichung und den in Frage kommenden Größen gewisse Schlüsse ziehen; zunächst folgt, daß der erste Ausdruck

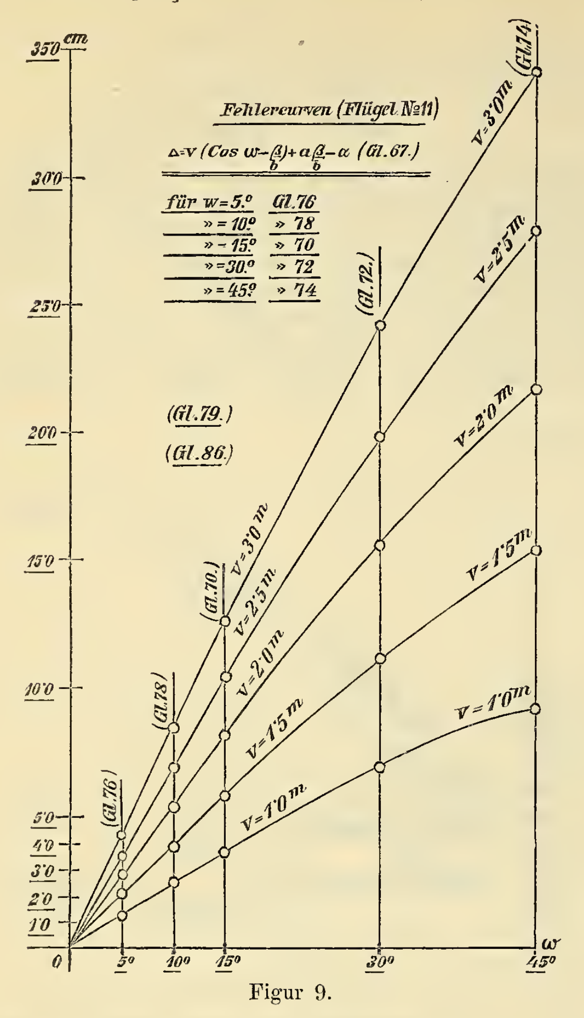
$$v \left(\cos \omega - \frac{\beta}{b}\right)$$

als mit der Strömungsgeschwindigkeit in Zusammenhang stehend, den maßgebenden Teil der Abweichung Δ bildet. Der Verlauf der Ausdrücke $\left[\cos \omega - \frac{\beta}{b}\right]$ und $\left[a \frac{\beta}{b} - \alpha\right]$ mit Rücksicht auf den Winkel ω erscheint in Textfigur 8 durch die betreffenden Kurven veranschaulicht. Es wächst also Δ mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit und mit Rücksicht auf das Verhalten des schon mehrfach erwähnten Ausdruckes $\left[\cos \omega - \frac{\beta}{b}\right]$ mit dem Anwachsen des Ablenkungswinkelwertes ω, wie dies auch schon gelegentlich der Besprechung des Ausdruckes 67) betont worden ist. Der Wert Δ wächst um so mehr, je kleiner das jeweilige Verhältnis zwischen β und b ist, beziehungsweise je größer die die Wirkungsweise des Flügels beeinflussende Reibung ist. Ferner folgt aus Gleichung 80), daß, zumal nach dem früheren der Ausdruck

$$a \frac{\beta}{b} > \alpha$$

sein muß, das Δ in dem Falle kleiner werden wird, wenn die Werte α und a negativ sind. Es erscheinen diese eben gezogenen Folgerungen übrigens in den durchgeführten besonderen Berechnungen bestätigt. Im folgenden sollen die betreffenden Fehler, wie sie bei

Anwendung des Flügels Nr. 11 bewirkt werden — abgesehen von der graphischen Veranschaulichung derselben in Textfigur 9 — für einige Geschwindigkeitsfälle für die Winkel 5°, 10°, 15°, 30° und 45° übersichtlich zusammengestellt werden. [Nach den sub 79) verzeichneten Gleichungen.]



Figur 9.

1. Für $\omega = 5^0$ ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } v = 1{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}013\,m = 1{\cdot}3\%_0 \text{ von } v \\ \quad\,,, \ v = 1{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}020\,m = 1{\cdot}3\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}028\,m = 1{\cdot}4\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}035\,m = 1{\cdot}4\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 3{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}043\,m = 1{\cdot}4\%_0 \ \ ,, \ \ v \end{array}\right\} \quad . . \; 81).$$

2. Für $\omega = 10^0$ ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } v = 1{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}026\,m = 2{\cdot}6\%_0 \text{ von } v \\ \quad\,,, \ v = 1{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}040\,m = 2{\cdot}7\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}056\,m = 2{\cdot}8\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}070\,m = 2{\cdot}8\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 3{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}086\,m = 2{\cdot}9\%_0 \ \ ,, \ \ v \end{array}\right\} \quad . . \; 82).$$

3. Für $\omega = 15^0$ ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } v = 1{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}038\,m = 3{\cdot}8\%_0 \text{ von } v \\ \quad\,,, \ v = 1{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}060\,m = 4{\cdot}0\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}083\,m = 4{\cdot}1\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}105\,m = 4{\cdot}2\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 3{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}128\,m = 4{\cdot}3\%_0 \ \ ,, \ \ v \end{array}\right\} \quad 83).$$

4. Für $\omega = 30^0$ ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } v = 1{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}071\,m = 7{\cdot}1\%_0 \text{ von } v \\ \quad\,,, \ v = 1{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}114\,m = 7{\cdot}6\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}158\,m = 7{\cdot}9\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}201\,m = 8{\cdot}0\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 3{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}245\,m = 8{\cdot}2\%_0 \ \ ,, \ \ v \end{array}\right\} \quad . . \; 84).$$

5. Für $\omega = 45^0$ ist

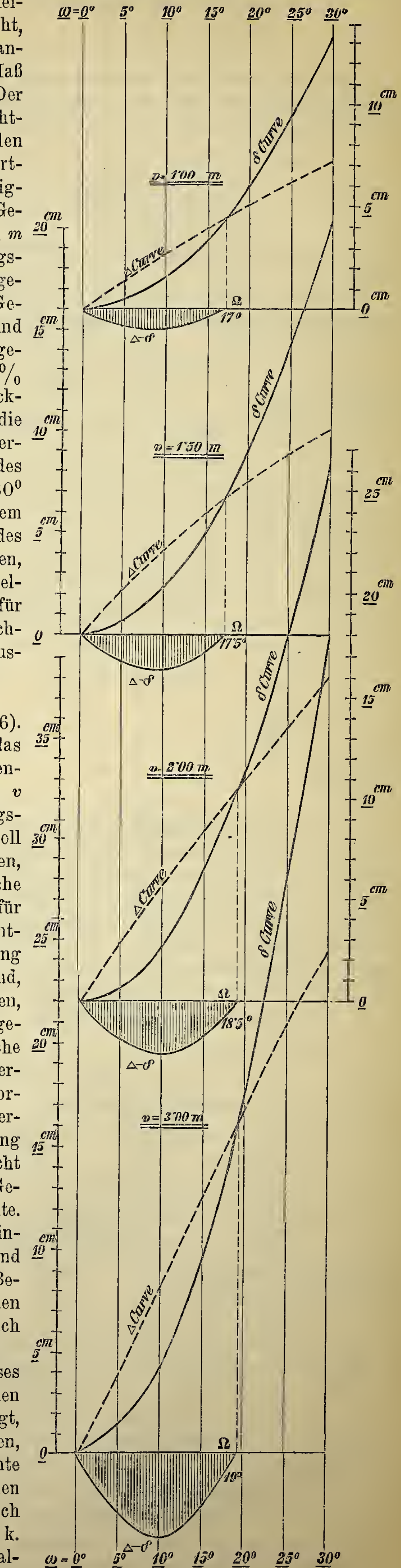
$$\left.\begin{array}{l} \text{für } v = 1{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}094\,m = 9{\cdot}4\%_0 \text{ von } v \\ \quad\,,, \ v = 1{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}156\,m = 10{\cdot}4\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}218\,m = 10{\cdot}9\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 2{\cdot}5\,m,\ \Delta = 0{\cdot}280\,m = 11{\cdot}2\%_0 \ \ ,, \ \ v \\ \quad\,,, \ v = 3{\cdot}0\,m,\ \Delta = 0{\cdot}342\,m = 11{\cdot}4\%_0 \ \ ,, \ \ v \end{array}\right\} \quad . . \; 85).$$

Aus diesen Berechnungen ist zu entnehmen, daß der Fehler nur in den Werten 81) das Maß des mittleren Fehlers bei Ermittlung der Flügelgleichungen zumeist erreicht, daß jedoch für alle anderen Fälle dieses Maß überschritten wird. Der Fehler nimmt rücksichtlich seines prozentuellen Anteiles an der Wertgröße der Geschwindigkeit, wenn von der Geschwindigkeit von 1 m und einem Ablenkungswinkel von 5° ausgegangen und bis zur Geschwindigkeit von 3 m und einem Winkel von 45° geschritten wird, von 1·3%₀ bis 11·4%₀ zu. Mit Rücksicht darauf, daß die Koeffizienten der Fehlergleichungen speziell des Flügels Nr. 11 bis 30° fast proportional mit dem numerischen Werte des Winkels ω zunehmen, kann als allgemein geltende Fehlergleichung für diesen Flügel der nachstehende Näherungsausdruck gelten:

$$\Delta = \varkappa^0\,(0{\cdot}003\,v - 0{\cdot}00046) \ldots\ldots 86).$$

Hierin bedeutet $\varkappa$ das Winkelmaß in Bogengraden (bis 30°) und v die bezügliche Strömungsgeschwindigkeit. Es soll noch hinzugefügt werden, daß die Fehler, welche mit Rücksicht auf die für den Winkel von 15° entwickelte Fehlergleichung berechnet worden sind, größere Werte annehmen, als wenn statt der abgeleiteten die ursprüngliche Fehlergleichung in Verwendung genommen worden wäre. Es ist zu vermuten, daß die Einstellung des Flügels bei 15° nicht mit der erforderlichen Genauigkeit erfolgen konnte. Anderseits sind die Einstellungen für 30° und 45°, wie dies aus den Berechnungen entnommen werden kann, ziemlich genau bewirkt worden.

Zum Schlusse dieses Teiles der vorliegenden Abhandlung angelangt, soll noch erwähnt werden, daß der hiemit untersuchte Flügel Nr. 11 in seinen Abmessungen als typisch für die seitens des k. k. hydrographischen Zentral-Bureaus in Gebrauch



Figur 10.

stehenden Flügelmeßapparate gelten kann. Es werden somit, falls die anderen gleichartigen Flügel einer derart genauen Untersuchung unterzogen werden sollten, wie dies hinsichtlich des Flügels Nr. 11 im vorstehenden der Fall war, Resultate zutage gefördert werden, welche im großen und ganzen nur ganz unwesentlich von den eben besprochenen abweichen werden.

Es ist nun für die soeben abgeschlossene Untersuchung, beziehungsweise für die Beurteilung der Fehlergrößen Δ von besonderem Belange, auch jene Resultate einer näheren Betrachtung zu unterziehen, welche dann erhalten werden, wenn nicht die Ergebnisse des „schräggestellten" Flügels, sondern jene in den Kalkul gestellt werden, welche sich dann ergeben, wenn der Flügel mit seiner Achse in der Richtung der Wasserströmung, jedoch „schräge gegen die Meßprofillinie" gehalten wird. Man wird sodann Werte erhalten, welche den wirklichen herrschenden Geschwindigkeiten v entsprechen werden, während für die Erhebung, wie dies in den einleitenden Ausführungen hervorgehoben wurde, die bezüglichen Geschwindigkeitskomponenten, beziehungsweise Projektionen maßgebend sind. Man wird sonach die Werte v statt der Maße $v \cos \omega$ ermitteln, und es resultiert demnach für diesen Fall eine Abweichung von:

$$\delta = v - v \cos \omega = v\,(1 - \cos \omega) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 87).$$

Die Wertgrößen δ sollen wieder, wie dies vorhin hinsichtlich der Maße Δ geschehen ist, für die verschiedenen Fälle bestimmt und im folgenden übersichtlich zusammengestellt werden.

Es ist somit:

1. Für $\omega = 5^0$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v = 1{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}004\,m \\ \;\;„\;\; v = 1{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}006\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}008\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}010\,m \\ \;\;„\;\; v = 3{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}012\,m \end{array}\right\} = 0{\cdot}4\,\%_0 \text{ von } v \quad . \quad . \quad 88).$$

2. Für $\omega = 10^0$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v = 1{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}015\,m \\ \;\;„\;\; v = 1{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}022\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}030\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}037\,m \\ \;\;„\;\; v = 3{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}045\,m \end{array}\right\} = 1{\cdot}5\,\%_0 \text{ von } v \quad . \quad . \quad 89).$$

3. Für $\omega = 15^0$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v = 1{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}034\,m \\ \;\;„\;\; v = 1{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}051\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}068\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}085\,m \\ \;\;„\;\; v = 3{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}102\,m \end{array}\right\} = 3{\cdot}4\,\%_0 \text{ von } v \quad . \quad . \quad 90).$$

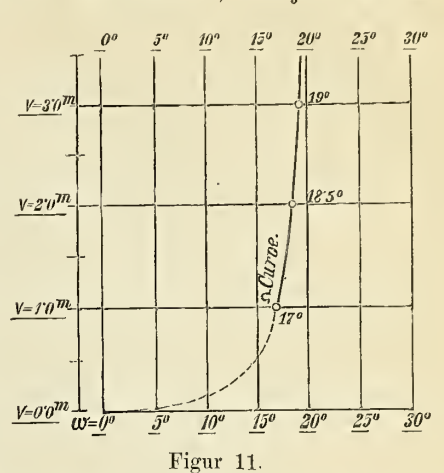
4. Für $\omega = 30^0$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v = 1{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}134\,m \\ \;\;„\;\; v = 1{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}201\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}268\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}335\,m \\ \;\;„\;\; v = 3{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}402\,m \end{array}\right\} = 13{\cdot}4\,\%_0 \text{ von } v \quad . \quad . \quad 91).$$

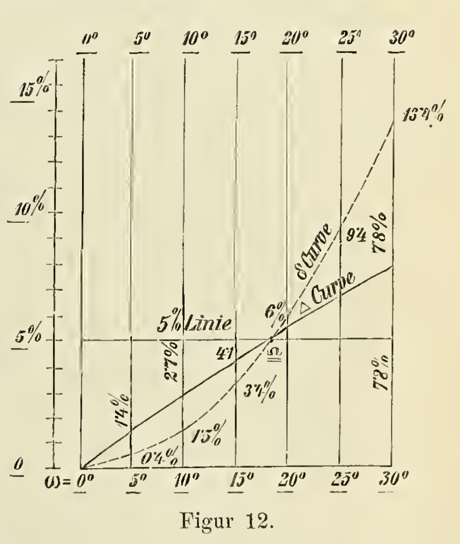
5. Für $\omega = 45^0$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v = 1{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}293\,m \\ \;\;„\;\; v = 1{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}439\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}586\,m \\ \;\;„\;\; v = 2{\cdot}5\,m, & \delta = -\,0{\cdot}732\,m \\ \;\;„\;\; v = 3{\cdot}0\,m, & \delta = -\,0{\cdot}879\,m \end{array}\right\} = 29{\cdot}3\,\%_0 \text{ von } v \quad . \quad . \quad 92).$$

Bei einem flüchtigen Überblick über die Größen δ und Δ ersieht man zunächst, daß die Vorzeichen der einen Abweichungen von jenen der anderen verschieden sind: das heißt Δ ist das Maß, um welches die tatsächlich erhobenen Geschwindigkeitswerte bezüglich des „schräggestellten" Flügels zu vermehren sind, während δ jenes Maß darstellt, um welches die Erhebungsdaten, welche mit dem zum Meßprofil geneigten Flügel erhalten wurden, jeweilig vermindert werden müssen. Weiters erkennt man, daß bei dem Winkel von 5^0, 10^0 und 15^0 die perzentuellen Anteile des Fehlers δ an der Geschwindigkeit v weit hinter den gleichen Anteilen der Abweichungen Δ zurückbleiben. Hingegen überwiegen bei den Winkelwerten von 30^0 und insbesondere von 45^0 die Fehlergrößen δ bedeutend jene, welche vorhin mit Δ bezeichnet worden sind. Der Übersicht halber sollen innerhalb des Bereiches von $\omega = 0^0$ bis 30^0 die beiderseitigen Abweichungen Δ und δ graphisch in Textfigur 10 zum Ausdruck gelangen. Hieraus ersieht man einerseits, daß die Differenzen zwischen diesen bezeichneten Fehlern mit zunehmenden Geschwindigkeiten bis zu einem gewissen Winkel ziemlich rasch anwachsen. Anderseits ist wahrzunehmen, daß jener Winkelwert Ω, bei welchem die beiderseitigen Abweichungen — allerdings in entgegengesetztem Sinne — gleich sind, wie dies in Textfigur 11 separat veranschaulicht wird, mit zunehmendem Winkelmaß von ω anwächst, und es kann allgemein angenommen werden, daß bei Wassergeschwindigkeiten, welche größer als 1 m sind, sich dieses Winkelmaß innerhalb des Intervalles von $\omega = 15^0$ bis 20^0 bewegt. Es wird daher die Messung bei gegen das Meßprofil schräggerichteter Strömung, insbesondere wenn größere Geschwindigkeiten in Frage kommen, dann etwas genauer, wenn bis zu einem Ablenkungswinkel von zirka 15^0 bis 20^0 der Flügel einfach mit seiner Achse in die Flußrichtung eingesetzt wird, ohne Rücksicht darauf, daß hiedurch der Flügel schräg zum Meßprofil gestellt erscheint. Über diese eben präzisierten Winkelwerte hinaus muß jedoch der Flügel unbedingt eine Stellung senkrecht zur Profillinie erhalten, da sonst ziemlich erhebliche Abweichungen, wie dies auch aus der schon besprochenen Textfigur 10 zu entnehmen ist, resultieren können. In der weiter angefügten Textfigur 12 erscheinen einerseits die perzentuellen Durchschnittsanteile der Abweichungen Δ und δ bei den Ablenkungswinkelwerten $\omega = 0^0$ bis 30^0 einander entgegengehalten. Nun kann man mit gegründeter Berechtigung annehmen, daß hydrometrische Erhebungen, welche mit einer Präzision bis zu $5\%_0$ des wirklichen Geschwindigkeitswertes vorgenommen werden können, den Anforderungen einer „genauen" Messung vollkommen entsprechen. Diese Genauigkeitsgrenze von $5\%_0$ in der eben erwähnten Textfigur 12 berücksichtigt, ergibt das Resultat, daß die beiderseitigen Fehlermaße Δ und δ bis zu dem Winkelwert $\omega = 18^0$ innerhalb dieses Genauigkeitsintervalles verbleiben, daß jedoch beim Überschreiten dieses letzteren Maßes auch die gegenseitigen Fehler, und zwar Δ langsamer und δ rascher sich den Werten von $7{\cdot}8\%_0$, beziehungsweise $13{\cdot}4\%_0$ [siehe Gleichungen 84) und 91)] bei 30^0 und den Werten $10{\cdot}6\%_0$, beziehungsweise $29{\cdot}3\%_0$ [siehe Gleichungen 85) und 92)] bei 45^0 nähern. Auch ersieht man, daß speziell bei dem untersuchten Flügel der charakteristische Wert Ω gerade in die $5\%_0$ Linie hineinfällt.



Figur 11.



Figur 12.

Am Ende dieser Ausführungen erübrigt es nunmehr noch, in Kürze die wesentlichen Gesichtspunkte für den in Rede stehenden Gegenstand wie folgt zusammenzufassen.

1. Werden die Tarierungsgleichungen eines und desselben Flügels bei verschiedenen Ablenkungswinkeln, sowie innerhalb derselben Grenzwerte

der sekundlichen Umdrehungszahlen in das Auge gefaßt, so ist eine gewisse Gesetzmäßigkeit im Verhalten der Flügelkonstanten — die typische lineare Gleichungsform für diese Flügel vorausgesetzt — wahrzunehmen, und zwar wachsen ebensowohl die Konstanten α als auch β im algebraischen Sinne mit zunehmendem Ablenkungswinkel ω nach einer stetigen von den erwähnten Größen α und β abhängigen Kurve. Außerdem wächst der Wert der allerdings unwesentlichen Konstanten α relativ im intensiveren Maße als der Wert β. Das Anwachsen von α und β wird bei mehreren in Betracht gezogenen Flügeln im relativen Sinne dann langsamer erfolgen, wenn der Flügelwiderstand ein geringerer sein wird, beziehungsweise wenn der Winkel, bei welchem der schräggestellte Flügel zum Stillstand gelangt, ein größerer sein wird.

2. Bei schiefen Strömungen gegen das Meßprofil begeht man durch die Anwendung der normalen Flügelgleichung bei gegen das Meßprofil senkrecht gestellter Flügelachse im allgemeinen einen Fehler, welcher mit dem Anwachsen des Ablenkungswinkels zunimmt. Weiters wächst dieser Fehler fast proportional mit der Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit; endlich wird dieser Fehler verschieden ausfallen, je nachdem bei dem einen oder anderen Flügel ein größerer oder geringerer durch die Schiefstellung veranlaßter Widerstand in Betracht kommt. Im allgemeinen wird dieser Fehler dann kleiner werden, wenn das Verhältnis der Konstanten $\beta : b$ ein größeres wird; er wird also bei jenem Flügel kleiner sein, welcher bei einem größeren Ablenkungswinkel zum Stillstande gelangt. Weiters wird der Fehler durch die Konstante α — jedoch nur unwesentlich — beeinflußt.

3. Mit Rücksicht darauf, daß für jeden Flügel andere Fehlergleichungen resultieren werden, kann nur im allgemeinen eine Norm für die Zulässigkeit der Flügelschiefstellung bis zu einem gewissen Ablenkungswinkelwert gegeben werden. Wird als Genauigkeitsgrad das Maß des Fehleranteiles mit 5% des wirklichen Geschwindigkeitswertes festgelegt, so wird eine Schiefstellung der im österreichischen hydrographischen Dienste gebräuchlichen Flügel von 15° bis 20° die Messungsresultate nicht allzu wesentlich beeinflussen; es wird jedoch zur Regel dienen müssen, daß Schiefstellungen des Flügels möglichst zu vermeiden sind, um so mehr, als auch eine oft unbeabsichtigte schräge Flügelstellung in vertikalem Sinne die betreffende Messung noch mehr zu Ungunsten derselben beeinflussen wird. Es wird daher bei Auswahl der Meßstelle ein besonderes Augenmerk darauf zu richten sein, daß die Strömungsrichtung eine gerade ist, das heißt, daß die einzelnen dem Meßprofile zustrebenden Wasserfäden möglichst senkrecht zur Ebene dieses Profiles gerichtet erscheinen.

4. Ist jedoch eine schiefe Strömungsrichtung bei etwaigen mit besonderer Genauigkeit vorzunehmenden hydrometrischen Erhebungen, insbesondere mit Rücksicht darauf, daß die Wasserfäden in einem Profile verschiedene Ablenkungen erfahren, unvermeidlich, so wird der Umstand in das Auge zu fassen sein, daß bei größeren Geschwindigkeiten, also etwa bei solchen, welche das Maß von 1 *m* überschreiten, die Erhebung bis zu einem Winkelwert von zirka 15° bis 20° dann genauer wird vorgenommen werden können, wenn der Flügel nicht senkrecht zur Meßprofilebene, sondern mit seiner Achse in der Richtung der Strömung in das Wasser eingesetzt wird.

Mit den Erhebungen und Studien, welche den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bilden, waren die Herren k. k. Baurat Anton Micheluzzi und k. k. Ober-Ingenieur Karl Goebl betraut.

K. k. hydrographisches Zentral-Bureau:

Lauda.

